Determinação de atitude do satélite CBERS-2 utilizando a Filtragem H_∞ para sistema não linear

William Reis Silva[1]
Hélio Koiti Kuga[1]
Maria Cecília Zanardi[2]

[1] Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE
Av. dos Astronautas, 1758, Jd. da Granja – 12227-010 – São José dos Campos - SP, Brasil
reis.william@gmail.com, helio.kuga@inpe.br

[2] Universidade Federal do ABC – UFABC
Av. dos Estados, 5001, Bangu – 12245-970 – São José dos Campos - SP, Brasil
mceciliazanardi@gmail.com

Abstract. Neste artigo, a Filtragem H_∞ Estendida de Primeira e Segunda Ordem é utilizada para a calibração de bias de giros e determinação de atitude. No Filtro H_∞, a natureza é considerada perversa e procura ativamente degradar a estimação de estados tanto quando possível, enquanto isso no Filtro de Kalman, a natureza é considerada indiferente. A aplicação utiliza dados de medidas de um satélite real CBERS-2 (China Brazil Earth Resources Satellite 2). O modelo cinemático da atitude é descrito por equações não lineares envolvendo os ângulos de Euler. Os sensores de atitude disponíveis são dois DSS (Digital Sun Sensors), dois IRES (Infra-Red Earth Sensor) e um triedro de giros mecânicos. Ao usar o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, a meta é destacar e ampliar as propriedades do Filtro H_∞ em termos de suas características favoráveis. Os resultados neste trabalho mostram que se pode melhorar a precisão na determinação de atitude com os requerimentos prescritos, além de fornecer a estimativa dos bias dos giros que pode ser usada para realçar o modelo de erro dos giros. Sabe-se que giros apresentam algumas fontes de erros tal como bias que é o mais problemático, pois com o tempo, a acumulação de erros piora a precisão no processo de estimação, além disso o bias deve ser levado em conta no processo de determinação de atitude para garantir o sucesso da missão.

Keywords: artificial satellite, data filtering, nonlinear systems, satélite artificial, filtragem de dados, sistemas não lineares

1. Introdução

Muitas missões espaciais requerem um apontamento preciso de seus sensores e demanda uma determinação precisa de atitude em tempo real, que envolve estimação de atitude e bias de giros utilizando informações do sistema de medidas de atitude.

Estimação de atitude é um processo de determinação da orientação de um satélite com respeito a um sistema de referência inercial processando dados de sensores de atitude. Dado um vetor de referência, o sensor de atitude mede a orientação desse vetor com respeito a uma referência fixa no sistema do satélite. Assim, é possível estimar a orientação do satélite processando computacionalmente esse vetor usando métodos de estimação de atitude.

O bias pode ser definido como um componente de saída não relacionado com a entrada a qual o sensor é submetido, estes componentes tem características determinísticas e estocásticas (CARVALHO, 2011). Dessa forma, se faz necessário conhecer e caracterizá-lo através do método de estimação utilizado

Neste trabalho a atitude é representada pelos ângulos de Euler, devido a sua fácil interpretação geométrica. Foi realizada uma comparação da estimação de bias e atitude para o satélite CBERS-2 (Figura 1) com dados simulados, que foram gerados pelo propagador

PROPAT (CARRARA, 1994) que tem modelo de medidas fornecidos por uma tríade de giroscópios, dois Sensores Infra-vermelho de Terra (IRES) e dois Sensores Solares Digitais (DSS).

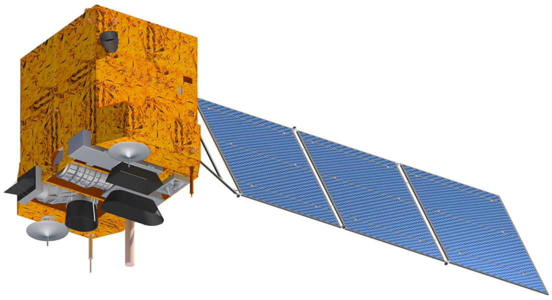

Figura 1: Ilustração CBERS-2 (China-Brazil Earth Resources Satellite)

No caso do CBERS-2, a estabilização de atitude é feita em três eixos geo-apontados e pode-se descrever sua relação com o sistema orbital. Nesse sistema, o movimento ao redor da direção da velocidade orbital é chamada *roll* (ϕ), o movimento ao redor da direção normal à órbita é chamada *pitch* (θ) e finalmente o movimento ao redor da direção Zenith/Nadir é chamada *yaw* (ψ). Ver Figura 2.

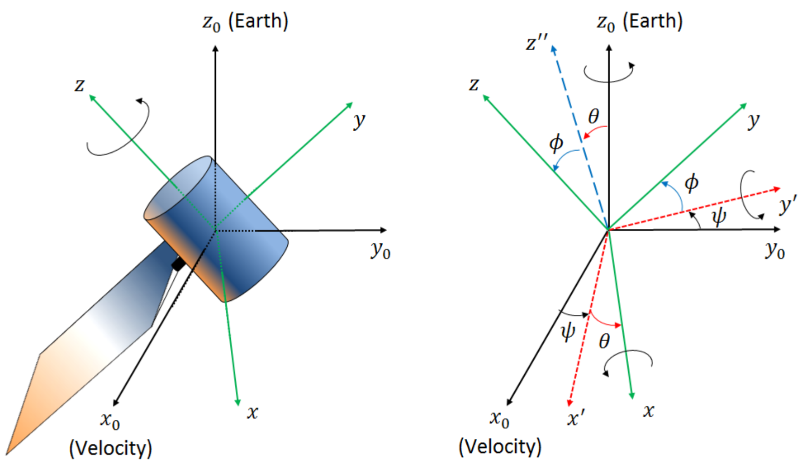

Figura 2: Ilustração para representar o sistema oribtal local $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o)$ e o sistema de atitude $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$

A matriz de tranformação R é apresentada em Fuming e Kuga (1999), Garcia, Kuga e Zanardi (2012), Silva, Kuga e Zanardi (2014) na sequência 3-2-1, que relaciona o sistema de coordenadas no corpo de satélite $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ com o sistema orbital local $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o)$.

A estimação de estados é realizada pelo Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem (SOEH_∞F) comparada com o Filtro H_∞ Estendido (EH_∞F) e com o Filtro de Kalman Estendido (EKF). Estes métodos são capazes de estimar estados de sistemas não lineares com dados de diferentes sensores de atitude. Os dois IRES fornecem as medidas diretas dos ângulos *roll* e *pitch* com um certo nível de erro. Os dois DSS são montados no satélite de tal forma que fornecem uma função não linear dos ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw*. Os giros são alinhados aos três eixos dos satélites e fornecem a medidas da velocidades angulares com bias no sistema de referência do corpo.

A filtragem H_∞ minimiza o pior caso de estimação de erro, sendo mais robusto que na filtragem de Kalman. O Filtro H_∞ é baseado na aproximação da teoria de jogos que foi originariamente desenvolvida em Banavar (1992) e posteriormente pelos trabalhos de Shen e Deng (1995) e Shen e Deng (1997). Sua forma estendida é discutida em Hu e Yang (2011).

Nessa aproximação da teoria de jogos, o preparo é feito para o pior cenário que a natureza pode prover. Assim, o estimador de estados e o sinal de perturbação (condições iniciais de erro, ruído do processo e ruído de medidas) tem objetivos conflitantes, que são minimizar e maximizar a estimativa do erros respectivamente. O critério de estimação na filtragem H_∞ é minimizar o pior efeito possível do sinal de perturbação no sinal de estimativa de erro sem seu conhecimento *a priori*.

2. Filtragem H_∞ Estendida de Segunda Ordem

Considere um sistema discreto não linear

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k+1} &= f(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k) + \boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{y}_k &= h(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k \end{aligned} \tag{1}$$

em que k índice de tempo discreto, $\boldsymbol{x}_{k+1}$ e $\boldsymbol{y}_k$ são os vetores de estados e de medidas com dimensões n e m respectivamente, $\boldsymbol{w}_k$ e $\boldsymbol{v}_k$ são os ruídos do processo e de medida, os termos desses ruídos podem ser aleatórios com estatística possivelmente conhecida e média diferente de zero, ou eles podem ser determinísticos. O termo $\boldsymbol{u}_k$ é a entrada de controle, $f(.)$ e $h(.)$ são vetores de funções não lineares que são diferenciáveis com respeito a $\boldsymbol{x}_k$.

Logo, a expansão em série de Taylor de $f(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k)$ e $h(\boldsymbol{x}_k)$ ao redor do ponto nominal $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ (o estado estimado) é

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k) &= f(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{u}_k) + \left.\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k) \\ &\quad + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \varphi_i^f \, (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k)^T \left.\frac{\partial^2 f_i}{\partial \boldsymbol{x}_k^2}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} h(\boldsymbol{x}_k) &= h(\hat{\boldsymbol{x}}_k) + \left.\frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k) \\ &\quad + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \varphi_i^h \, (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k)^T \left.\frac{\partial^2 h_i}{\partial \boldsymbol{x}_k^2}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k) \end{aligned} \tag{3}$$

em que f_i e h_i são $i$ésimo elemento de $f(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k)$ e $h(\boldsymbol{x}_k)$, respectivamente. O termo φ_i^f e φ_i^h são vetores dados por $\varphi_i^f = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & 1 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}_{n\times 1}^T$ e $\varphi_i^h = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & 1 & 0 & ... & 0 \end{bmatrix}_{m\times 1}^T$ em que o número um está no $i$ésimo elemento.

A meta é estimar a combinação linear de estados. Isto é, deseja-se estimar $\boldsymbol{z}_k$, que é dado por

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{L}_k \boldsymbol{x}_k \tag{4}$$

em que $\boldsymbol{L}_k$ é uma matriz usualmente definida com posto completo. Desejando estimar diretamente o estado $\boldsymbol{x}_k$ como no Filtro de Kalman, então $\boldsymbol{L}_k = \boldsymbol{I}$. A estimativa de $\boldsymbol{z}_k$ é indicada como $\hat{\boldsymbol{z}}_k$ e a estimativa do estado inicial $\boldsymbol{x}_0$ é $\hat{\boldsymbol{x}}_0$.

O critério de desenvolvimento do Filtro H_∞ Estendido precisa encontrar $\hat{\boldsymbol{z}}_k$ que minimiza $(\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k)$ para qualquer $\boldsymbol{w}_k$, $\boldsymbol{v}_k$ e $\boldsymbol{x}_0$. Considerando o pior cenário, assume-se que a natureza é nossa adversária e encontra $\boldsymbol{w}_k$, $\boldsymbol{v}_k$ e $\boldsymbol{x}_0$ para maximizar $(\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k)$ (HU; YANG, 2011; SIMON, 2006). Assim, a função custo usada é:

$$J_1 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \|\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k}}{\|\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_0\|^2_{\boldsymbol{P}_0^{-1}} + \sum_{k=0}^{N-1} \left(\|\boldsymbol{w}_k\|^2_{\boldsymbol{Q}_k^{-1}} + \|\boldsymbol{v}_k\|^2_{\boldsymbol{R}_k^{-1}}\right)} \tag{5}$$

A notação $\|\boldsymbol{x}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k}$ é definida como o quadrado de $\boldsymbol{x}_k$ ponderado por $\boldsymbol{S}_k$, ou a norma L_2 de $\boldsymbol{x}_k$, isto é, $\|\boldsymbol{x}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k} = \boldsymbol{x}_k^T \boldsymbol{S}_k \boldsymbol{x}_k$. As matrizes de ponderação $\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{Q}_k$, $\boldsymbol{R}_k$ e $\boldsymbol{S}_k$ são matrizes positivas definidas e simétricas escolhida pelo usuário com base no problema específico.

A direta minimização de J_1 na Equação 5 não é viável, assim escolhe-se um coeficiente de performance específico γ que permite uma estratégia de estimação que satisfaça tal limiar. Isto é, tentaremos encontrar uma estimativa de $\hat{\boldsymbol{z}}_k$ que resulte em

$$J_1 < \frac{1}{\gamma} \tag{6}$$

Rearranjando a Equação 5 temos:

$$J = -\frac{1}{\gamma}\|\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_0\|^2_{\boldsymbol{P}_0^{-1}} + \sum_{k=0}^{N-1}\left[\|\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k} - \frac{1}{\gamma}\left(\|\boldsymbol{w}_k\|^2_{\boldsymbol{Q}_k^{-1}} + \|\boldsymbol{v}_k\|^2_{\boldsymbol{R}_k^{-1}}\right)\right] < 1 \tag{7}$$

Uma vez que $\boldsymbol{v}_k = \boldsymbol{y}_k - h(\boldsymbol{x}_k)$, $\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{L}_k \boldsymbol{x}_k$, $\hat{\boldsymbol{z}}_k = \boldsymbol{L}_k \hat{\boldsymbol{x}}_k$ defini-se $\bar{\boldsymbol{S}}_k = \boldsymbol{L}_k^T \boldsymbol{S}_k \boldsymbol{L}_k$. Assim a Equação (7) pode ser reescrita como

$$J^* = \min_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} \max_{\boldsymbol{w}_k, \boldsymbol{y}_k, \boldsymbol{x}_0} J \tag{8}$$

Para resolver o problema de minimax na Equação 8, um ponto estacionário de J com respeito a $\boldsymbol{x}_0$ e $\boldsymbol{w}_k$ precisa ser encontrado primeiro, e então um ponto estacionário de J com respeito a $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ e $\boldsymbol{y}_k$ precisa ser encontrado também (SIMON, 2006).

2.1. A Solução do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem

Considere o problema de minimax na Equação 8, usando a expansão em série de Taylor descrita nas Equações 2 e 3 para aproximar a função não linear na Equação 1. A solução do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, apresentada para o espaço de estado, é dada por (HU; YANG, 2011):

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_k \left[\boldsymbol{I} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k \boldsymbol{P}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_k\right]^{-1} \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \tag{9}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = f(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{\mu}_k) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \varphi_i^f tr \left[\left.\frac{\partial^2 f_i}{\partial \boldsymbol{x}_k^2}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} \bar{\boldsymbol{P}}_k\right] + \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{K}_k \tilde{\boldsymbol{y}}_k \tag{10}$$

$$\boldsymbol{P}_{k+1} = \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{P}_k \left[\boldsymbol{I} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k \boldsymbol{P}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_k\right]^{-1} \boldsymbol{F}_k^T + \boldsymbol{Q}_k \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{k+1} = \left(\boldsymbol{F}_k \boldsymbol{F}_k^T + \xi \boldsymbol{I}\right)^{-1} \boldsymbol{F}_k \left(\boldsymbol{G}_k \boldsymbol{\lambda}_k - \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \tilde{\boldsymbol{y}}_k\right) \tag{12}$$

$$\bar{\boldsymbol{P}}_{k+1} = \eta \bar{\boldsymbol{P}}_k + (1 - \eta)\, \boldsymbol{P}_k \boldsymbol{\lambda}_k \boldsymbol{\lambda}_k^T \boldsymbol{P}_k^T \tag{13}$$

em que $\varphi_i = \begin{bmatrix} 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}^T$ onde o número 1 está sempre no $i$ésimo elemento da matriz; $\boldsymbol{F}_k = \left.\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k}$; $\boldsymbol{H}_k = \left.\frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k}$; o resíduo $\tilde{\boldsymbol{y}}_k = \boldsymbol{y}_k - h(\hat{\boldsymbol{x}}_k) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \varphi_i^h tr \left[\left.\frac{\partial^2 h_i}{\partial \boldsymbol{x}_k^2}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} \bar{\boldsymbol{P}}_k\right]$; o termo $\boldsymbol{\lambda}_k$ é o multiplicador de Lagrange; ξ é positivo e escalar e $0 < \eta \leq 1$. Além disso, o valor de γ deve satisfazer a Equação (14) para assegurar que o valor otimizado de $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ é um mínimo local de J, isto é

$$\boldsymbol{P}_k^{-1} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k > 0 \tag{14}$$

Logo, a expressão $\boldsymbol{P}_k^{-1} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k$, deve ser positiva definida.

3. Simulação Computacional e Resultados

O sistema não linear que representa as equações de processo e de medida para o satélite CBERS-2 é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\varepsilon_x} \\ \dot{\varepsilon_y} \\ \dot{\varepsilon_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x + \hat{\omega}_y \sin\phi \tan\theta + \hat{\omega}_z \cos\phi \tan\theta + \omega_0 \left(\cos\phi \sin\psi + \sin\theta \sin\psi \tan\theta\right) \\ \hat{\omega}_y \cos\phi - \hat{\omega}_z \sin\phi + \omega_0 \cos\psi \\ \left(\dfrac{\hat{\omega}_y \sin\phi + \hat{\omega}_z \cos\phi + \omega_0 \sin\theta \sin\psi}{\cos\theta}\right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \boldsymbol{w} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{y}_k = \begin{bmatrix} \arctan\left(\dfrac{-(S_{0y} - \psi S_{0x} + \phi S_{0z})}{(S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z})\cos 60^\circ + (S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z})\cos 150^\circ}\right) \\ 24^\circ + \arctan\left(\dfrac{S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z}}{S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z}}\right) \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} + \boldsymbol{v}_k \tag{16}$$

Lembrando que, o vetor de estado é composto pelos ângulos de atitude ϕ, θ, ψ, e pelos bias dos giros ε_x, ε_y, ε_z; o termo ω_0 é a velocidade angular que representa a taxa orbital de navegação com relação à Terra. Os termos g_x, g_y e g_z são as componentes do vetor de saída do giroscópica; os vetores $\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} w_\phi & w_\theta & w_\psi & w_{\varepsilon_x} & w_{\varepsilon_y} & w_{\varepsilon_z} \end{bmatrix}^T$ e $\boldsymbol{v}_k = \begin{bmatrix} v_{\alpha_\psi} & v_{\alpha_\theta} & v_{\phi_H} & v_{\theta_H} \end{bmatrix}^T$ são os ruídos de processo e de medida, respectivamente; e os termos S_{0x}, S_{0y} e S_{0z} são as componentes do vetor solar nos sistema de coordenada orbital (FUMING; KUGA, 1999).

A simulação de órbita e atitude foi feita pelo propagador PROPAT (CARRARA, 1994) implementado no software Matlab com uma amostragem de $0.5s$ para $10min$ de observação.

Os algoritmos para os métodos de estimação: Filtragem H_∞ Estendido de Segunda Ordem, Filtragem H_∞ Estendido e Filtragem de Kalman Estendida, foram implentados sob condições iniciais $\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{bmatrix}^T$ com matriz de covariância $\boldsymbol{P}_0 = diag\,(0,025; 0,025; 1,0; 2,0; 2,0; 2,0)$; covariância do processo $\boldsymbol{Q}_0 = diag\,(0,1; 0,1; 0,1; 0,01; 0,01; 0,005)$ e de medida $\boldsymbol{R}_0 = diag\,(0,6; 0,6; 0,06; 0,06)$; covariância auxiliar $\bar{\boldsymbol{P}}_0 = diag\,(0,025; 0,025; 1,0; 2,0; 2,0; 2,0)$ e multiplicador de Lagrange inicial $\boldsymbol{\lambda}_0 = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{bmatrix}^T$

Nas Figuras 3 e 4 a seguir, apresenta-se as frequências dos resíduos dos dois DSS e os dois IRES respectivamente, para cada um dos filtros em análise. Tais gráficos apresentam características claramete Gaussianas.

Diz-se que um Filtro está convergindo quando seus resíduos apresentam média próxima de zero, resultados verificados nas Figuras 3 e 4. Claramente pode se ver na Figura 4, que na Filtragem H_∞ os resíduos convergem mais rapidamente que na Filtragem de Kalman, resultado observado pelo estreitamento da Gaussiana nos métodos EH_∞F e SOEH_∞F. Isso resultará em uma maior precisão na estimação de estados.

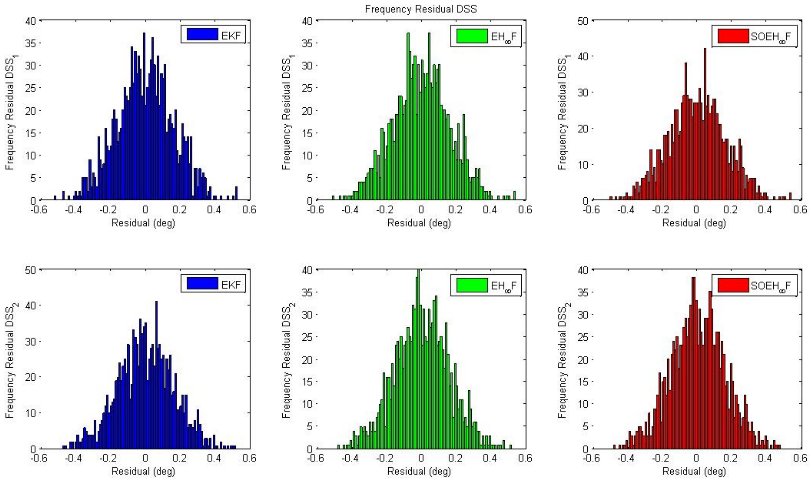

Figura 3: Frequência dos Resíduos para os dois DSS à bordo do satélite CBERS-2

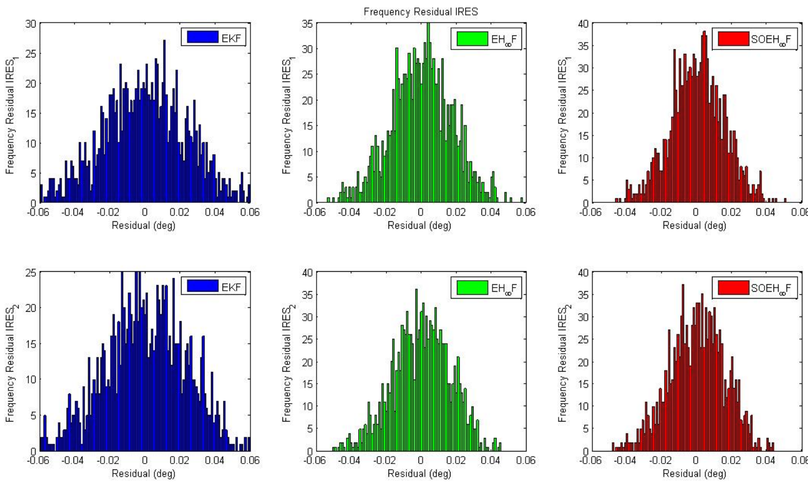

Figura 4: Frequência dos Resíduos para os dois IRES à bordo do satélite CBERS-2

Para analisar a precisão dos Filtros estudados, apresenta-se nas Figuras 5 e 6 a estimativa de erro da atitude e erro dos biases respectivamente, para ambos os métodos de estimação utilizados SOEH_∞F, EH_∞F e EKF.

Analisando as Figuras 5 e 6, pode-se ver que no método de estimação SOEH_∞F os resultados para estimativa de erro de atitude e erro dos biases são melhores quando comparado com os métodos de estimação EKF e EH_∞F. A média do erro de ϕ, θ e ψ no método EKF é em torno de $1,32$; $1,05$ e $6,41$ vezes maior que no método SOEH_∞F, respectivamente. Já a média do erro de ε_x, ε_y e ε_z no método EKF é em torno de $1,45$; $1,25$ e 1.20 vezes maior que no método SOEH_∞F, respectivamente.

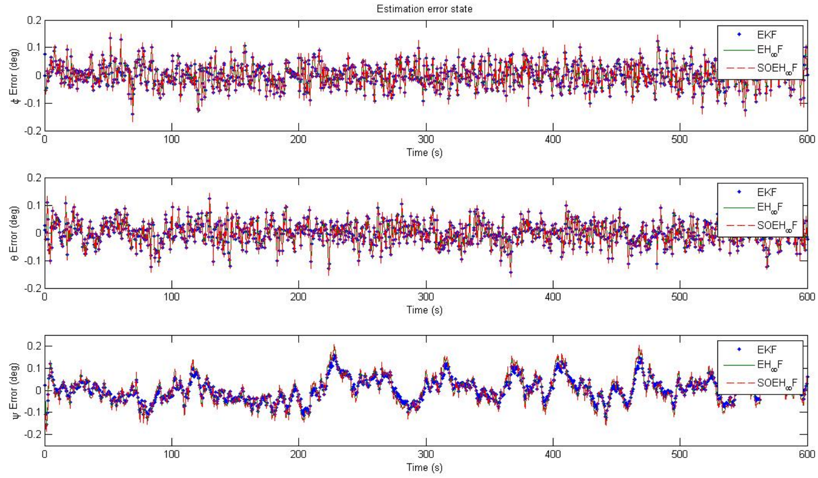

Figura 5: Estimativa de erro de atitude

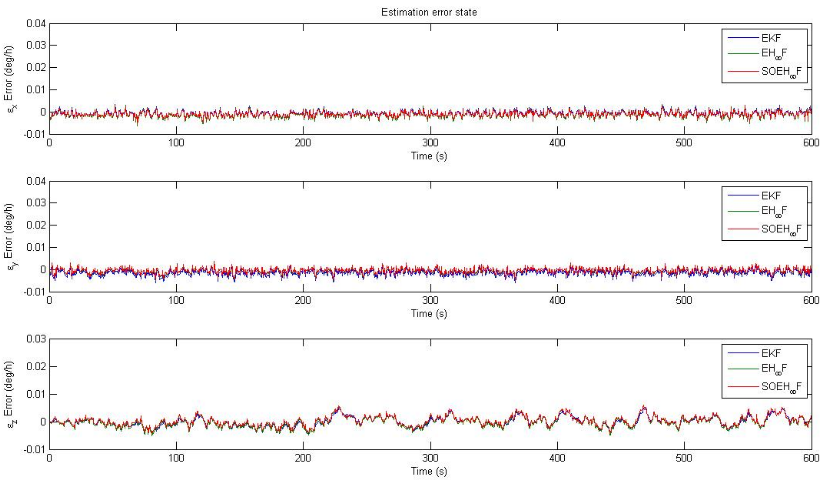

Figura 6: Estimativa de erro dos biases dos giros

Porém, essa grande precisão da Filtragem H_∞ vem acompanhada de um tempo maior de processamento do dados, que pode ser verificado na Tabela 1

Tabela 1: Comparação do tempo de processamento

	EKF	EH_∞F	SOEH_∞F
Média do tempo de CPU	$1,2407s$	$1,6653s$	$2,9795s$

Na média, os métodos de estimação EH_∞F e SOEH_∞F são 0.42s e 1.73s mais lentos que o método EKF, respectivamente. Esse resultado aparece devido ao grande equacionamento e das derivadas de segunda ordem, necessárias para o processamento do filtro.

4. Conclusões

O objetivo desse estudo foi estimar a atitude do satélite CBERS-2, usando dados simulados fornecidos por sensores que estam à bordo do satélite. Para validar, a atitude foi estimada pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido, considerado com referência.

Nota-se que o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem pode ser mais robusto para ruídos não modelados que no Filtro de Kalman Estendido quando as matrices de ponderação $\boldsymbol{Q}_k$ e $\boldsymbol{R}_k$ são as mesmas que as matrices de covariância $\tilde{\boldsymbol{Q}}_k$ e $\tilde{\boldsymbol{R}}_k$ para o Filtro de Kalman Estendido. O método de estimação SOEH_∞F é um filtro de pior caso, no sentido de assumir que os ruídos de processo e de medidas, $\boldsymbol{w}_k$ e $\boldsymbol{v}_k$ respectivamente, e as condições iniciais $\boldsymbol{x}_0$ serão escolhidas pela natureza para maximizar a função custo. Comparando os filtros, podemos dizer que o método de estimação SOEH_∞F é simplesmente uma versão robusta do método EKF.

Assim, resguardada pela robustez do método de estimação, pode-se concluir que o algoritmo do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem converge, fornecendo a solução da cinemática de atitude e dos bias dos giros com precisão superior quando comparada com o Filtro de Kalman Estendido.

5. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro recebido pela CAPES, FAPESP (#2012/ 21023-6), CNPQ (#303119/ 2010-1), e pelo suporte parcial do projeto SIA-DCTA-INPE sob contrato FINEP 0.1.06.1177.03

Referências

BANAVAR, R. *A game theoretic approach to linear dynamics estimation*. Doctoral Dissertation — University of Texas at Austin, Austin, Texas, 1992.

CARRARA, V. Propat satellite attitude and orbit toolbox for matlab. Avaliable in: *http://www2.dem.inpe.br/val/projetos/propat/default.htm*, Access in: July 22th, 2014, 1994.

CARVALHO, A. G. *Influência da modelagem dos componentes de bias instabilidade dos sensores inerciais no desempenho do navegador integrado SNI/GPS*. 146 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro, 2011.

FUMING, H.; KUGA, H. K. Cbers simulator mathematical models. *CBTT Project, CBTT/ 2000/ MM/ 001*, São José dos Campos, 1999.

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Unscented kalman filter applied to the spacecraft attitude estimation with euler angles. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2012, p. 1–12, 2012.

HU, J. S.; YANG, C. H. Second-order extended h_∞ filter for nonlinear discrete-time systems using quadratic error matrix approximation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 59, n. 7, p. 3110 – 3119, 2011.

SHEN, X.; DENG, L. Discrete h_∞ filter design with application to speech enhancement. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, v. 2, p. 1504 – 1507, 1995.

SHEN, X.; DENG, L. Game theory approach to h_∞ discrete filter design. *IEEE Transactions on Signal Processing*, p. 1092 – 1094, 1997.

SILVA, W. R.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Application of the extended h_∞ filter for attitude determination and gyro calibration. 24th AAS/AAIA Space Flight Mechanics Meeting, ASS 14306, p. 1501 – 1515, 2014.

SIMON, D. *Optimal State Estimation: Kalman, H_∞, and Nonlinear Approaches*. New York: Wiley, 2006.