Avaliação da propagação de erros ao utilizar a aproximação de Wien na linearização da lei de Planck

Atilio Efrain Bica Grondona[1,2]
Silvia Beatriz Alvez Rolim[1]
Matheus Pinheiro Ferreira[1]
Bijeesh Kozhikkodan Veettil[2]
Maria Lujan Iglesias[1]

[1] Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia (CEPSRM)
Av. Bento Gonçalves, 9.500 – 91501-970. Caixa Postal 15.044
Porto Alegre, RS/Brasil
{atilio.grondona, silvia.rolim}@ufrgs.br; pferreira.matheus@gmail.com; lu_igl@hotmail.com

[2] Codex Remote – Ciências Espaciais e Imagens Digitais
Av. Borges de Medeiros 659, Conj. 503 – Porto Alegre - RS, Brasil
{atilio, bijeesh}@codexremote.com.br

Abstract. Temperature and emissivity are among the major physical properties of materials which are studied using thermal infrared images. Many methods for temperature and emissivity retrieval are based on linearization of Planck's law though these approximations are subjected to errors. This paper describes the propagation of errors in the linearization of Plank's function using Wien's approximation. The relationship between radiance and temperature is non-linear and the temperature emissivity separation is a complex task. Linearization is a technique that mitigates this problem. The data used for this study were obtained using a μFTIR field spectroradiometer from a quartz sample under controlled conditions. The instrument is calibrated using cold and hot blackbodies and the sensor is calibrated with a Lambertian surface. The emissivity is calculated using the Plank's function and the temperature for a radiance measured in a given wavelength. Other sources of errors such as atmospheric effects were not considered here. Possible errors in temperature, emissivity and wavelength were analyzed. To solve the problem of multiple variables, Wien's approximation is applied to the Plank's function for the linearization of the data which will help to understand how errors are propagated in different approximation. It is seen that the propagation of errors does not have a significant influence on the final results and the application of linearization can be applied without significant loss of information.

Palavras-chave: Thermal infrared, Wien's aproximation, error assessment, MatLab, infravermelho termal, aproximação de Wien, avaliação de erro, Matlab.

1. Introdução

Temperatura e emissividade de objetos podem ser estimadas por seus valores de radiância na região do infravermelho termal (TIR – *thermal infrared*). Este procedimento encontra aplicação em diversas áreas, tais como: geologia, climatologia, análises de processos biológicos, análises geofísicas, estudos da pluma atmosférica, mapeamento de uso e cobertura da terra, avaliação de desastres, detecção de poluição, entre outras (Collins et al., 2001). Muitas destas aplicações utilizam valores de radiância obtidos por sensores remotos para extrair a temperatura e a emissividade de objetos. No entanto, a separação temperatura e emissividade é um problema complexo devido à relação não linear existente entre estas duas variáveis (Collins et al., 2001; Hook et al., 1992). Isto tem motivado pesquisadores a desenvolver novos métodos (e.g. Collins et al., 2001; Hook et al., 1992; Li et al., 1999 e Gillespie, 1998).

A radiância espectral que atinge um sensor remoto, desconsiderando a interferência atmosférica, pode ser estimada por sua emissividade a uma determinada temperatura através da lei de Planck. Independente do número de bandas utilizadas para as medidas de radiância, sempre existirá uma variável a mais do que as medidas realizadas. Por exemplo, um

radiômetro com N bandas espectrais possui N medidas de radiância e N + 1 variáveis (N emissividades para cada banda e uma temperatura *T*), tornando o sistema indeterminado, a menos que restrições complementares sejam incluídas. Para mitigar este problema, Green e Craig (1985) propuseram utilizar a aproximação de Wien para a lei de Planck com o objetivo de linearizar os dados, e separar as variáveis. Neste sentido, o presente trabalho analisou como os diferentes erros se propagam na linearização, antes de sua aplicação em estimativas de temperatura e emissividade (Hook et al., 1992).

2. Material e Métodos

2.1 Aquisição dos dados

Os dados foram obtidos utilizando-se um espectrorradiômetro de campo µFT-IR Modelo 102 pertencente ao Laboratório de Sensoriamento Remoto Geológico (LABSRGEO) do Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia (CEPSRM) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). O instrumento utilizado permite a aquisição de espectros no infravermelho de superfícies naturais entre 2 e 16 µm com resoluções espectrais de 2, 4 e 16 cm^{-1} (Hook et al., 1996). Devido à temperatura da amostra, o pico de emissão da radiância ocorre próximo aos 10 μm, e para os comprimentos de onda menores do que 7µm as medidas são ruidosas, por esta razão, foram utilizados os dados compreendidos entre 7-16 µm.

A obtenção dos espectros de emissividade e radiância é realizada a partir da calibração radiométrica do equipamento utilizando dois corpos negros (um frio e um quente) (Salvaggio et al., 2001). A temperatura destes corpos deve ser controlada, de modo que, a temperatura do corpo negro frio seja inferior a do ambiente e a temperatura do corpo negro quente superior a da amostra. Além disso, é necessário calibrar o sensor antes das medições da radiância do alvo por meio de uma superfície lambertiana, a exemplo de uma placa de ouro. Deste modo, é possível minimizar as contribuições do ambiente (*background*) e da atmosfera (*downwelling*).

2.2 Linearização da função de Planck

A medida física registrada por um sensor remoto é a radiância espectral, sendo definida como o fluxo radiante numa certa direção, a partir de uma superfície normalizada com respeito à área da superfície e unidade de ângulo sólido. Admitindo que superfície terrestre seja um corpo negro perfeito a uma temperatura constante, e sem a intervenção da atmosfera, a radiância medida no sensor seria dada pela lei de Planck:

$$B(\lambda,T) = C_1 \Big/ \left(\lambda^5 \pi \left(e^{C_2/\lambda T} - 1\right)\right) \tag{1}$$

onde $B(\lambda,T)$ é a radiação emitida pelo corpo negro dada em $W/m^2\ sr\ \mu m$, λ é o comprimento de onda *(*µm*)*, *T* é a temperatura cinética do alvo *(K)*, C_1 é a primeira constante de radiação $(3{,}74151\text{x}10^{-16}\ \text{Wm}^2)$ e C_2 é a segunda constante de radiação $(0{,}0143879\ \text{mK})$. Como a maioria dos alvos não emite radiância como um corpo negro, parte da energia incidente é dissipada de outras formas, e o restante (energia absorvida) é transformado em energia térmica. A esta propriedade física dá-se o nome de emissividade espectral (ε), que informa a capacidade de um material transformar a energia que incide sobre ele em radiação térmica. Este índice está relacionado à radiância espectral e a lei de Planck para um corpo negro sob o mesmo comprimento de onda e temperatura, e é dado pela seguinte equação:

$$\varepsilon(\lambda,T) = R(\lambda,T)/B(\lambda,T) \tag{2}$$

onde $R(\lambda,T)$ é a radiância medida no sensor no comprimento de onda λ e temperatura T. Logo, a emissividade é a razão entre a radiância de um dado material e a radiância de um corpo negro na mesma temperatura e comprimento de onda.

Para qualquer material real, a partir da Equação 2 e desconsiderando os efeitos atmosféricos, a radiância espectral no sensor pode ser escrita como:

$$R(\lambda,T) = \left(\varepsilon(\lambda,T)C_1\right)/\left(\lambda^5\pi\left(e^{C_2/\lambda T}-1\right)\right) \tag{3}$$

Fica claro que a radiância emitida pela superfície não é linear em relação à temperatura (T), como visto no denominador da Equação 4; tampouco é linear ao longo dos comprimentos de onda (λ). Visando mitigar este problema, foi proposto inicialmente por Green e Craig (1985) e revisado por Hook et al. (1992), a utilização da aproximação de Wien para a função de Planck, dada por:

$$R(\lambda,T) = \left(\varepsilon(\lambda,T)C_1\right)/\left(\lambda^5\pi e^{C_2/\lambda T}\right) \tag{4}$$

Tomando o logaritmo natural da Equação 3, e multiplicando por λ, com a finalidade de isolar o termo referente a temperatura (T) temos abaixo a forma linearizada da Equação 4:

$$R_L = \lambda\ln\left[R(\lambda,T)\right] = \lambda\ln\left[\varepsilon(\lambda,T)\right] + \lambda\ln(C_1) - 5\lambda\ln(\lambda) - \lambda\ln(\pi) - \frac{C_2}{T} \tag{5}$$

2.3 Experimento

Uma análise inicial apresentou três possíveis fontes de erro para a estimativa da radiância, sendo elas: 1º) Erro na temperatura, 2º) Erro na emissividade e 3º) Erro no comprimento de onda utilizado. A análise da propagação de erros foi realizada comparando os dados com uma amostra de quartzo (SiO_2) medida em laboratório com temperatura de 302,45K, onde a temperatura e umidade relativa do ambiente foram registradas em 295,15K e 61,9%, respectivamente. Todos os algoritmos necessários para o processamento e análise foram implementados em ambiente MatLab.

1º) Erro na temperatura: assumindo que haja variações somente na temperatura $(\overline{T})$, o erro propagado somente desloca a curva da Equação 5, e pode ser estimado conforme a equação:

$$\left|\Delta R/R_L\right| = \left|\overline{T} - T\right|\left(C_2/\left(\overline{T}TR_L\right)\right) \tag{6}$$

Neste trabalho foram utilizadas variações de $\pm 0.3\,\mathrm{K}$, $\pm 0.6\,\mathrm{K}$, $\pm 1.25\,\mathrm{K}$, $\pm 2.5\,\mathrm{K}$, $\pm 5\,\mathrm{K}$ e $\pm 10\,\mathrm{K}$ a partir da temperatura cinética das amostras de quartzo. Assim, simulando casos onde a emissividade do alvo é conhecida para a temperatura cinética e a temperatura utilizada é aproximada.

2º) Erro na emissividade: se o erro está na emissividade utilizada $(\overline{\varepsilon})$, o resultado passa a ser um acréscimo logarítmico sob a curva, dado por:

$$\left|\Delta R/R_L\right| = \left(\lambda/R_L\right)\left|\ln\left(\varepsilon/\bar{\varepsilon}\right)\right| \tag{7}$$

Este experimento utilizou a temperatura cinética da amostra, enquanto a emissividade variou em ± 0,01, ± 0,05, ± 0,1, ± 0,2. O valor – 0,2 não foi utilizado devido às restrições com os comprimentos de onda selecionados, onde alguns possuíam emissividade inferior a 0,2, tornando a diferença entre a emissividade de referência e a sua variação negativa sem significado físico. Este segundo tipo de erro representa o caso em que se conhece a temperatura do alvo, mas não sua emissividade real. O experimento foi realizado em 5 comprimentos de onda distintos, referentes aos comprimentos de ondas centrais das bandas do TIR do sensor *Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer* (ASTER), apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Bandas do sensor ASTER e respectiva emissividade de referência utilizada.

ASTER	Intervalo (μm)	Comp. onda médio (μm)	Emissividade de referência
Banda 10	8,125-8,475	8,30	0,2562
Banda 11	8,475-8,825	8,65	0,3355
Banda 12	8,925-9,275	9,10	0,1181
Banda 13	10,25-10,95	10,60	0,8545
Banda 14	10,95-11,65	11,30	0,8924

3º) Erro no comprimento de onda: normalmente as bandas de um sensor amostram o espectro eletromagnético em intervalos definidos. No momento do processamento dos dados, as bandas são identificadas pelo comprimento de onda central destes intervalos. Deste modo, existe uma pequena variação entre o comprimento de onda utilizado $(\bar{\lambda})$ e o real, que pode ser expresso por:

$$\left|\Delta R/R_L\right| = \left|\left(\left(\lambda-\bar{\lambda}\right)/R_L\right)\ln\left(\left(\varepsilon C_1\right)\Big/\left(\pi\left(\lambda-\bar{\lambda}\right)^5\right)\right)\right| \tag{8}$$

Para este terceiro tipo de erro foi escolhido um comprimento de onda especifico como sendo o de referência, bem como seus quatro vizinhos adjacentes, dois à direita e dois à esquerda. Esta escolha foi realizada utilizando a lei de deslocamento de Wien, tomando-se o comprimento de onda onde ocorre o pico de emissão para a temperatura da amostra. Por esta lei e para a temperatura de 302,45K, o comprimento de onda de máxima emissão foi determinado como sendo 9,58 μm. Na Tabela 2 é possível observar todas as bandas e suas respectivas emissividades. Este último caso simula a situação em que se conhece a temperatura cinética e a emissividade real do alvo, e o erro se limita à resolução espectral do sensor.

Tabela 2. Comprimentos de onda utilizados e suas respectivas emissividades.

Comprimento onda (μm)	Emissividade
9,53	0,6225
9,56	0,6444
9,58	0,6608
9,61	0,6745
9,64	0,6874

3. Resultados e Discussão

Os espectros de emissividade e de radiância obtidos são mostrados nas Figuras 1 e 2, respectivamente.

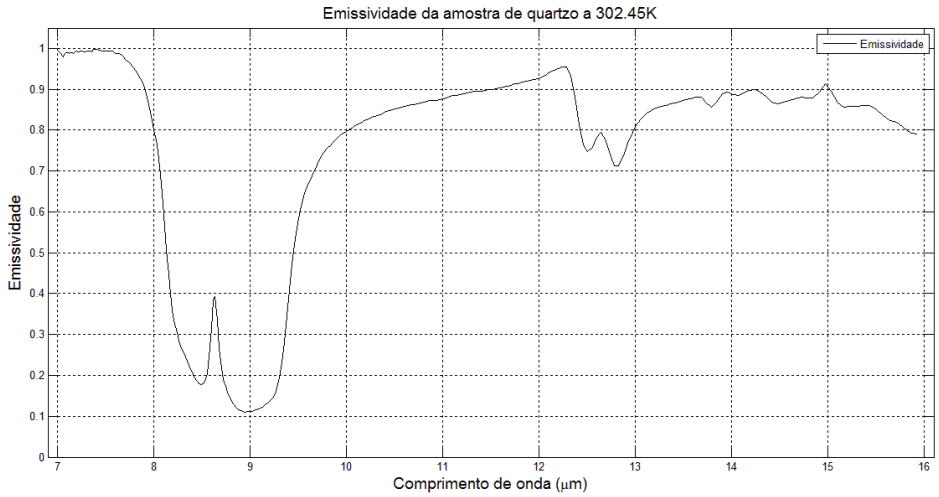

Figura 1. Curva de emissividade da amostra do quartzo a 302,45K.

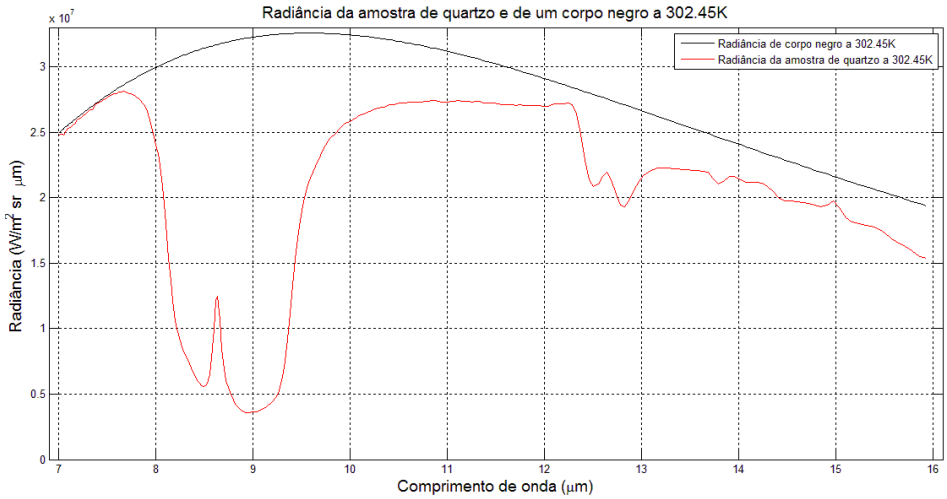

Figura 2. Radiância medida da amostra de quartzo à 302,45K em vermelho, radiância de corpo negro à 302,45K em preto.

Deve-se notar que existem outras fontes de erro que não foram levadas em consideração neste trabalho. Um exemplo comum está relacionado às contribuições da atmosfera, principalmente em dados provenientes de sensores aerotransportados ou orbitais. Neste caso, é necessário realizar a correção atmosférica dos dados, onde informações adicionais são necessárias. Neste trabalho os efeitos da atmosfera são desprezados devido à distância reduzida entre o sensor e o alvo $(\cong 0.5m)$.

Outra fonte de erro pode estar associado ao uso da aproximação de Wien para a lei de Planck, como mostra a Figura 3. O erro associado a esta aproximação é monotonicamente crescente, sendo de 0,0071% em 7 μm e chegando a 0,336% em 16 μm. Este resultado está de acordo com Siegal e Howell (1982), que afirmam que a aproximação de Wien para a função de Planck na forma linearizada tem erro menor que 1% para comprimentos de onda próximos a 10 μm e temperaturas de aproximadamente 300K.

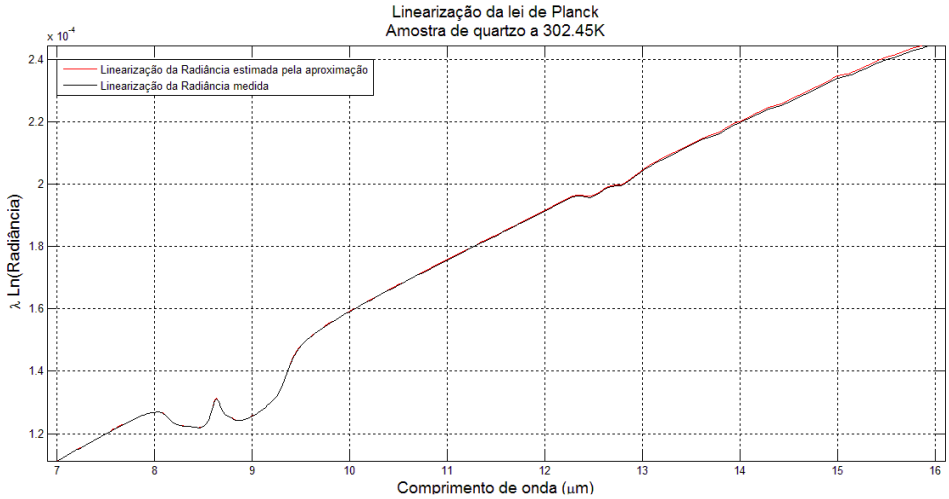

Figura 3. Curva da radiância linearizada medida da amostra a 302.45K em preto, e em vermelho a curva linearizada da radiância estimada da amostra a 302.45K.

Os erros na temperatura, emissividade e comprimento de onda utilizados podem ser vistos, respectivamente nas Figuras 4, 5 e 6.

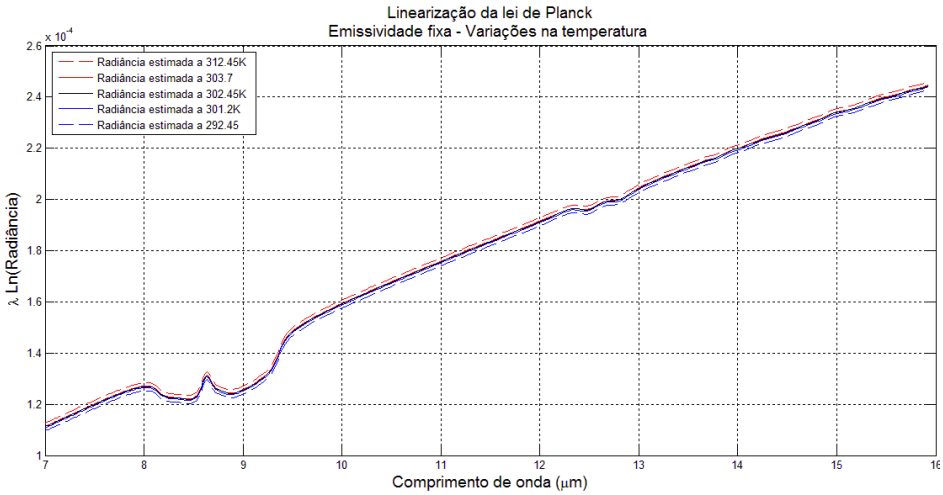

Figura 4. Curvas linearizadas da radiância para a emissividade real da amostra e com variações na temperatura.

Na figura 4, como previsto, o erro na temperatura insere somente um deslocamento constante na curva. O deslocamento é positivo nos casos em que a temperatura utilizada é superior à cinética, e negativo quando a temperatura utilizada é inferior à cinética. Os erros na temperatura e os propagados são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3. Variações na temperatura em porcentagem, erro propagado no primeiro e no último comprimento de onda medido respectivamente.

ΔT (K)	Erro Temperatura (%)	Erro (%) em 7 μm	Erro (%) em 16 μm
± 0,3	0,992	0,042	0,019
± 0,6	0,198	0,085	0,039
± 1,25	0,413	0,177	0,080
±2.5	0,826	0,356	0,162
±5	1,653	0,718	0,327
±10	3,306	1,461	0,665

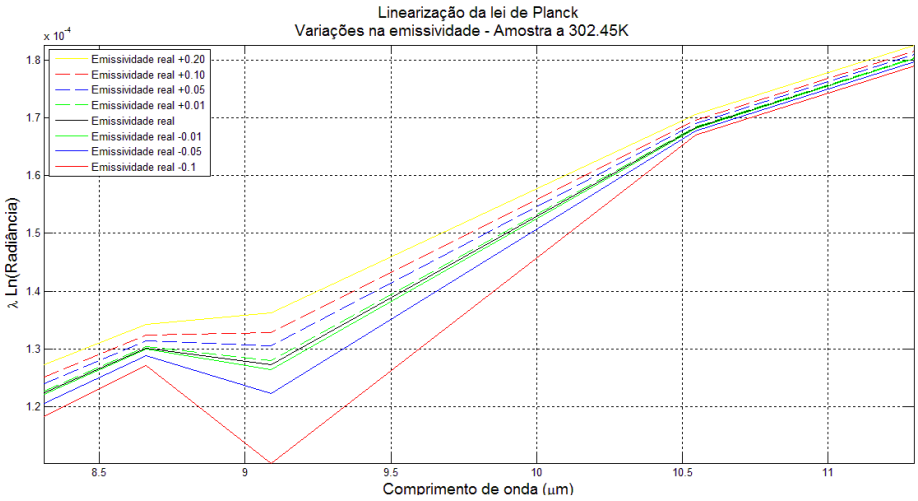

Figura 5. Curvas linearizadas da radiância para a temperatura real da amostra e com variações na emissividade.

O erro na emissividade se mostra mais sensível nos menores comprimentos de onda, como pode ser visto na Figura 5. Conforme aumenta o comprimento de onda, principalmente após os 10 µm, o erro propagado tende a diminuir. Também se observa na Figura 5 que menores comprimentos de onda com maiores variações percentuais na emissividade propagam mais o erro.

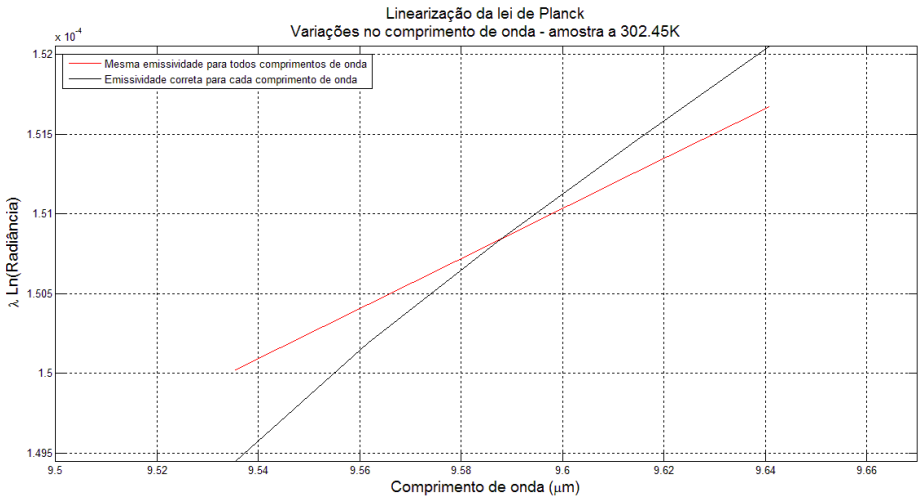

Figura 6. Curvas linearizadas da radiância para a emissividade e temperatura real da amostra com variações no comprimento de onda.

No último caso, quando se utiliza um comprimento de onda médio para representar um intervalo do espectro e uma única emissividade para este intervalo, desprezando o fato de que cada comprimento de onda possui uma determinada emissividade, fica evidente que estas condições são uma fonte de erro significativa (Figura 6). Para um erro no comprimento de onda de ± 0,27% o erro médio propagado é de 0,145%, enquanto que para um erro médio de, ± 0,55% o erro propagado é de 0,32%. Desta forma, pode-se afirmar que quanto maior a distância entre o comprimento de onda, maior será o erro propagado. Além disso, este erro está limitado à resolução espectral do sensor e, dependendo da aplicação, maiores resoluções espectrais devem ser utilizadas visando diminuí-lo.

4. Conclusões

A aproximação de Wien para a função de Planck e sua linearização, fazem parte de um processo que permite isolar o termo referente à temperatura dos demais termos, além de transformar um problema complexo, inicialmente não linear, em um problema linear mais simples, através de métodos algébricos. No entanto, ainda resta um problema na extração de informações de temperatura e emissividade, que é a existência de mais variáveis do que equações, havendo a necessidade de aplicação de métodos complementares, sejam os dados linearizados ou não. O ponto chave deste trabalho foi analisar a sensibilidade desta linearização e avaliar como pequenas perturbações iniciais são observadas no final do processo. Os resultados mostraram que mesmo havendo a propagação de erros, estes não influenciam significativamente o resultado final, e que quanto maior o comprimento de onda, menor é a propagação deste erro. Assim, pode-se afirmar que este método, como um passo intermediário à extração de informações no TIR, pode ser aplicado sem significativa perda de informações, selecionando o comprimento de onda mais adequado à análise.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelas bolsas de estudos e ao Laboratório de Sensoriamento Remoto Geológico (LabSRGeo) do Centro Estadual de Pesquisa em Sensoriamento Remoto e Meteorologia (CEPSRM) da UFRGS.

5. Referências Bibliográficas

Collins, E.F.; Roberts, D.A.; C.C.; Borel C.C. Spectral Mixture Analysis of Simulated Thermal Infrared Spectrometry Data: An Initial Temperature Estimate Bounded TESSMA Search Approach. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 39, n. 7, 2001.

Gillespie, A.; Rokugawa, S.; Matsunaga, T.; Cothern, J.S.; Hook, S.; Kahle A.B. A Temperature and Emissivity Separation Algorithm for Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer (ASTER) Images. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 36,n. 4,1998.

Green, A.A; Craig, M.D. Analysis of aircraft spectrometer data with logarithmic residuals. **JPL Proc. of the Airborne Imaging Spectrometer Data Anal. Workshop, p. 111-119 , 1985.**

Hook, S.J.; Gabell, A.R.; Green, A.A.; Kealy, P.S. A Comparison of Techniques for Extracting Emissivity Information from Thermal Infrared Data for Geologic Studies**. Remote Sensing of Enviroment**, v. 42, p. 123-135, 1992

Hook, S.J.; Kahle, A. B. The Micro Fourier Transform Interferometer (uFTIR) - A New Field Spectrometer for Acquisition of Infrared Data of Natural Surfaces. **Remote Sensing of Environment**, v.56, p.172-181, 1996.

Li, Z.L.; Becker, F.; Stoll, M.P., Wan, Z. Evaluation of Six Methods for Extracting Relative Emissivity Spectra from Thermal Infrared Images. **Remote Sensing of Enviroment**, v. 69, p. 197-214, 1999.

Salvaggio,C.; Miller, C.J., 2001. Methodologies and protocols for the collection of midwave and longwave infrared emissivity spectra using a portable field spectrometer**.** ***Proc. SPIE*** *4381,* 539-548, 2001.

Siegal, R.; and Howell, J. R. **Thermal Radiation Heat Transfer**: Second Edition, Hemisphere, New York, 1982.