

## Classificação de espectros de dados hiperespectrais pelo método de sequência típica e modelo oculto de Markov

Samir Youssif Wehbi Arabi<sup>1,3</sup>

Marco Antonio Pizarro<sup>2</sup>

Marcelo da Silva Pinho<sup>3</sup>

David Fernandes<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG  
74055-110 - Goiânia - GO, Brasil  
sywa@ifg.edu.br

<sup>2</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Caixa Postal 515 - 12227-010 - São José dos Campos - SP, Brasil  
pizarro@dea.inpe.br

<sup>3</sup> Instituto Tecnológico de Aeronáutica –ITA/DCTA  
12228-900 - São José dos Campos - SP, Brasil  
{david, mpinho}@ita.br

**Abstract:** This work presents a new methodology for hyperspectral image classification based on two concepts. Former is the Typical Sequence determination, derived from the Information Theory, and the last is the Hidden Markov Chains (HMM). The HMM gives the probability of a given mixture belongs to the HMM model of an endmember (EM) and the Typical Sequence determination does the association of a mixture with a given EM. Five EM from an AVIRIS Scene and six mixtures, generated by a linear model, were used to perform a classification test. It was also done a classification with the SAM (Spectral Angle Mapper), the ED (Euclidian Distance) and with the SID (Self Information Divergence). In the test the proposed method produced the best results showing that it can be used as an alternative method for hyperspectral image classification.

**Palavras-chave:** typical sequence, Hidden Markov Chain, hyperspectral image classification, sequência típica, cadeias ocultas de Markov, classificação de imagem hiperespectral.

### 1. Introdução e Motivação

A necessidade de descobrir e classificar materiais na superfície da Terra é um tema comum em muitas aplicações de espectroscopia de imageamento. O atendimento dessas necessidades já faz parte da concepção das novas gerações de sensores remotos, tais como o ASTER (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer), o MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer) e o AVIRIS (Airborne Visible Infrared Image Spectrometer). Esses e outros sensores de alta resolução espectral discriminam mais classes de alvos na superfície e, conseqüentemente, pode-se obter um melhor entendimento sobre a natureza dos materiais que cobrem a superfície da Terra.

Com este tipo de dados há facilidade na detecção de uma grande variedade de alvos presentes na superfície, mas também desafios para a extração de informação, por exemplo, na identificação de espectros menos contaminados, membros de referência (MR). A extração de informação tem sido de considerável interesse pela comunidade de imageamento hiperespectral no desenvolvimento de algoritmos matemáticos na identificação dos MR em dada cena. Nesta direção pode-se citar: o método semi-supervisionado para seleção de MR estimando-se a coerência espectral (Pizarro e Fernandes, 2005); a determinação de MR e o modelamento de classe pura (Zhang et al., 2011); determinação de MR sem a suposição de classe pura (Ambikapathi et al., 2011) e a identificação de MR incorporando-se a informação espacial e mistura espectral (Eches et al., 2011).

O estudo apresentado neste trabalho propõe um método de classificação para uso em imagens hiperespectrais que utiliza a teoria das Cadeias Ocultas de Markov para a modelagem

dos MR's selecionados a priori e usa o conceito de sequências típicas da Teoria da Informação para a classificação de misturas.

Para a análise do desempenho do método utilizou-se espectros, considerados puros, de cinco classes de alvos de imagens adquiridas pelo sensor AVIRIS. Com esses espectros geraram-se através de combinações lineares seis misturas que foram classificadas pelo método proposto. Para efeitos de comparação realizou-se também a classificação da mistura utilizando-se as medidas da SAM, ED e SID. Da análise dos resultados mostra-se que o método proposto teve um bom desempenho tornando-se assim uma ferramenta alternativa para a realização da classificação de alvos em imagens hiperespectrais.

## 2. Cadeia Oculta de Markov

Sejam  $N$  possíveis estados representados pelos símbolos do conjunto  $S = (S_1, S_2, \dots, S_N)$  e uma sequência de  $T$  estados representada por  $Q_T = (q_1, q_2, \dots, q_T)$ , sendo  $q_t \in S$  o estado no tempo  $t$ ,  $1 \leq t \leq T$ . Seja  $A$  a matriz  $N \times N$  das probabilidades de transição de estados definida como

$$A = [a_{i,j}] : a_{i,j} = P(q_{t+1} = S_j | q_t = S_i), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

onde:  $a_{i,j} \geq 0$  e  $\sum_{j=1}^N a_{i,j} = 1$ . Seja ainda o vetor das probabilidades iniciais do estado:

$$\pi = [\pi_i] : \pi_i = P(q_1 = S_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

onde:  $\pi_i \geq 0$  e  $\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$ . As probabilidades dos estados em um instante  $t$  qualquer são calculadas por:

$$\pi(t+1) = \pi(t)A^t \quad (3)$$

onde:  $\pi(t) = [\pi_i(t)] : \pi_i(t) = P(q_t = S_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  com  $\pi(1) = \pi$  e  $\pi_i(1) = \pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

No regime estacionário  $\Pi = \Pi A$  com  $\Pi = [\Pi_i] : \Pi_i = P(q_{t \rightarrow \infty} = S_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Seja  $O_T = (o_1, o_2, \dots, o_T)$  uma sequência de  $T$  observações. Se as observações forem consideradas contínuas estas poderão ser caracterizadas pelas densidades de probabilidades  $b_j(o_t)$ ,  $o_t \in O_T$ , dispostas em um vetor coluna  $N \times 1$ , denominado emissão, onde:

$$B = [b_j(o_t)] : b_j(o_t) = p(o_t | q_t = S_j), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

Considerando  $b_j(o_t)$  gaussiana:

$$b_j(o_t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma_j|}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (o_t - \mu_j) \Sigma_j^{-1} (o_t - \mu_j)^T \right] \quad (5)$$

onde:  $\mu_j = E[o_t]$  é a média do variável aleatória observação  $o_t$  e  $\Sigma_j$  é a variância da observação,  $\Sigma_j = E[(o_t - \mu_j)^2]$ . Neste caso está se considerando que o processo estocástico  $o_t$  é estacionário no sentido amplo.

Neste caso contínuo, e gaussiano, o parâmetro emissão  $B$  pode ser representado pela matriz  $N \times 2$  dada por:

$$B = [\mu_i \quad \Sigma_i], \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{ou seja, } B = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_N \\ \Sigma_1 & \Sigma_2 & \dots & \Sigma_N \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

Define-se como sendo uma cadeia oculta de Markov (HMM – Hidden Markov Model) com observações contínuas um processo estocástico estacionário descrito pelo conjunto de parâmetros  $\lambda=(A,B,\pi)$  (Rabiner, 1989).

### 3. HMM de Membros de Referência

Seja o conjunto de  $R$  espectros, considerados Membros de Referência (MR) ou espectros puros, de um conjunto de dados hiperespectrais de uma determinada cena, definido como:

$$O_R^P = \{O_T^{P,1}, O_T^{P,2}, \dots, O_T^{P,R}\} \quad (7)$$

onde:  $O_T^{P,r}$ ,  $r = 1, 2, \dots, R$ , representa o vetor espectro puro observado de dimensão  $T$ , onde  $T$  é o número de bandas espectrais dos dados hiperespectrais.

Cada espectro  $O_T^{P,r}$   $r = 1, 2, \dots, R$  pode ser considerado como uma sequência observada formada pela sequência de valores  $O_T^{P,r} = (o_1^{P,r}, o_2^{P,r}, \dots, o_T^{P,r})$ . Essa sequência pode ser interpretada como a observação de uma sequência oculta de estados que pode ser modelada por um HMM representado por  $\lambda^{P,r} = (A^{P,r}, B^{P,r}, \pi^{P,r})$ . Define-se a incerteza da sequência  $O_T^{P,r}$  pertencer ao HMM com parâmetros  $\lambda^{P,r}$  como: (Du e Chang, 2001).

$$H(O_T^{P,r} | \lambda^{P,r}) = -\frac{1}{T} \log P(O_T^{P,r} | \lambda^{P,r}) \geq 0 \quad (8)$$

Deste modo tem-se que a incerteza de uma sequência  $O_T^{P,r}$  pertencer a um modelo errado ( $\lambda^{P,k}$ ,  $k \neq r$ ) deve ser maior do que essa mesma sequência pertencer ao modelo correto ( $\lambda^{P,r}$ ), ou seja,  $H(O_T^{P,r} | \lambda^{P,k}) \geq H(O_T^{P,r} | \lambda^{P,r})$ ,  $r, k = 1, 2, \dots, R$ . Se as observações forem independentes tem-se que (As, 1965):

$$H(O_T^{P,r} | \lambda^{P,r}) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} H(\lambda^{P,r}) = -\sum_{i=1}^N \Pi_i \log(\Pi_i) \quad (9)$$

onde:  $H(\lambda^{P,r})$  é a entropia associada aos símbolos do conjunto S relativo ao modelo  $\lambda^{P,r}$ .

Consideremos  $\lambda_{\varepsilon_r}^{P,r}$  um subconjunto do conjunto de todas as possíveis observações denominado subconjunto das sequências típicas. Para  $T$  suficientemente grande, uma observação  $O_T^{P,k}$  pertence a  $\lambda_{\varepsilon_r}^{P,r}$  se (Ash, 1965):

$$Pr \{O_T^{P,k} \in \lambda_{\varepsilon_r}^{P,r}\} = Pr \left\{ \left| H(O_T^{P,k} | \lambda^{P,r}) - H(\lambda^{P,r}) \right| \leq \varepsilon_r \right\} \geq 1 - \varepsilon_r \quad (10)$$

Um processo de escolha de  $\varepsilon_r$ , para um dado conjunto de MR, é fazer:

$$\varepsilon_r < \min_{\substack{k=1,2,\dots,R \\ k \neq r}} \left[ \left| H(O_T^{P,k} | \lambda^{P,r}) - H(\lambda^{P,r}) \right| \right] \quad (11)$$

para deste modo não se ter a possibilidade de se incluir no conjunto de sequências típicas  $\lambda_{\varepsilon_r}^{P,r}$  um espectro de um outro MR  $\{O_T^{P,k}, k = 1, 2, \dots, R \text{ e } k \neq r\}$ .

### 4. Classificação espectral utilizando sequências típicas

Consideremos um conjunto de  $F$  espectros, por exemplo, misturas, a serem classificados em classes representadas pelos MR.

$$O_R^M = \{O_T^{M,1}, O_T^{M,2}, \dots, O_T^{M,F}\} \quad (12)$$

onde:  $O_T^{M,f}$ ,  $f = 1, 2, \dots, F$ , representa o vetor espectro observado de dimensão  $T$ , onde  $T$  é o número de bandas espectrais dos dados hiperespectrais a serem classificados.

O espectro  $O_T^{M,f}$  será considerado como a observação de uma sequência oculta de estados que pode ser modelada por um HMM representado por  $\lambda^{M,f} = (A^{M,f}, B^{M,f}, \pi^{M,f})$  e analogamente ao realizado no capítulo anterior a incerteza da sequência  $O_T^{M,f}$  pertencer ao HMM com parâmetros  $\lambda^{P,r}$  é dada por:

$$H(O_T^{M,f} | \lambda^{P,r}) = -\frac{1}{T} \log P(O_T^{M,f} | \lambda^{P,r}) \geq 0 \quad (13)$$

Pode-se avaliar se  $O_T^{M,f}$  pertence a um conjunto de sequência típica  $\lambda_{\varepsilon_r}^{P,r}$  estabelecendo se a seguinte regra de decisão:

$$O_T^{M,f} \in \lambda_{\varepsilon_r}^{P,r} \Leftrightarrow \left| H(O_T^{M,f} | \lambda^{P,r}) - H(\lambda^{P,r}) \right| \leq K_r \varepsilon_r \quad \wedge \\ \left| H(O_T^{M,f} | \lambda^{P,r}) - H(\lambda^{P,r}) \right| = \min_{k=1,2,\dots,R} \left\{ \left| H(O_T^{M,f} | \lambda^{P,k}) - H(\lambda^{P,k}) \right| \right\} \quad (14)$$

onde:  $K_r$  é uma constante, menor que a unidade, que serve para impor uma tolerância no limiar de decisão, tornando o processo mais conservativo.

Baseado na proposição estabelecida em (14)  $O_T^{M,f}$  será classificado como uma classe do MR  $O_T^{P,r}$  se ele fizer parte do conjunto de sequências típicas do conjunto  $\lambda_{\varepsilon_r}^{P,r}$ . A probabilidade de  $O_T^{M,f} \in \lambda_{\varepsilon_r}^{P,r}$  é dada por:

$$Pr \{ O_T^{M,f} \in \lambda_{\varepsilon_r}^{P,r} \} = Pr \left\{ \left| H(O_T^{M,f} | \lambda^{P,r}) - H(\lambda^{P,r}) \right| \leq K_r \varepsilon_r \right\} \geq 1 - K_r \varepsilon_r \quad (15)$$

## 5. Resultados

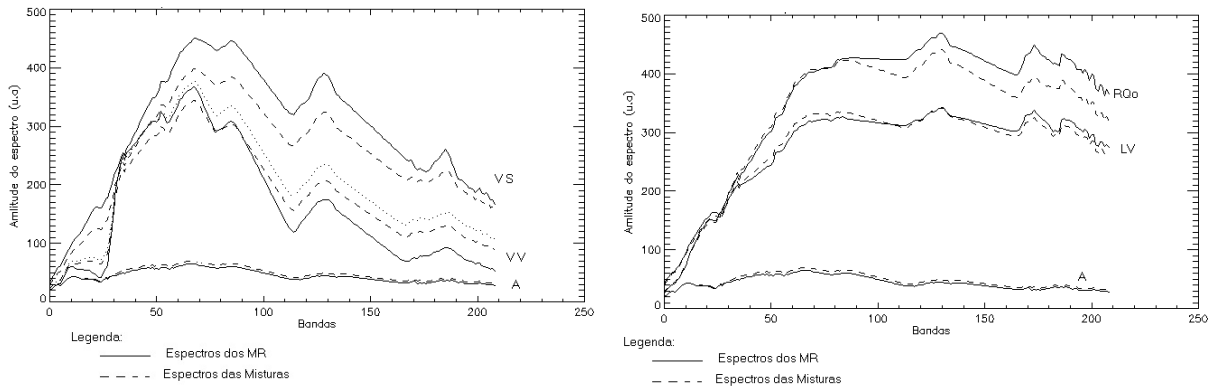
Para avaliar o desempenho do processo de classificação baseado em sequências típicas, definido em (14) obteve-se cinco espectros típicos da subcena 4, linha de voo da região nordeste de Campo Grande/MS, adquirida pelo sensor AVIRIS em 1995. Os espectros pertencem a cinco classes típicas da área imageada e identificados como VV (vegetação verde), VS (vegetação seca), A (água) e de duas classes de solos dominantes na área de estudo: Latossolo Vermelho (LV) e o Neossolo Quartzarênico Órtico (RQo) são mostrados, em linha cheia, nas Figuras 1a e 1b (adaptadas de Pizarro, 1999).

Nos espectros (Fig. 1a e 1b), em linha cheia, foram excluídas as bandas iniciais de 1 a 8 ( $383 \leq \lambda \leq 451$ ), por ausência de dados e por apresentarem valores negativos, e as bandas finais de 218 a 224 ( $2.450 \leq \lambda \leq 2.510$ ) por estarem extremamente ruidosas. Suprimiu-se ainda as bandas entre 33 a 35 ( $663 \leq \lambda \leq 687$ ) devido a erro de calibração do sensor AVIRIS, as bandas 78 a 85 ( $1.095 \leq \lambda \leq 1.162$ ), 95 a 123 ( $1.258 \leq \lambda \leq 1.512$ ) e 145 a 175 ( $1.731 \leq \lambda \leq 2.021$ ), pois o MODTRAN introduziu correções excessivas, transformando as bandas de absorção causadas pelas respectivas influências do vapor d'água e do CO<sub>2</sub> em picos de reflectância. Para as bandas suprimidas de 33 a 35, 78 a 85, 95 a 123 e 145 a 175 foram estimados novos valores de reflectância utilizando-se a função *spline* cúbica e considerando-se que os valores discretos dos espectros estavam igualmente espaçados e correspondiam todos a uma mesma largura de banda. Os espectros finais ficaram com  $T = 209$  bandas espectrais.

Estes espectros serão considerados os MR utilizados no experimento. Juntamente com os espectros dos MR, tem-se na mesma Figura 1 os espectros das misturas lineares realizadas, cujos percentuais de misturas são dados na Tabela 1. Nota-se que as Misturas M1, M2, M3, M4, M5 e M6 tem, respectivamente, preponderância dos MR VV, VV, VS, A, LV e RQo.

Tabela 1: Percentual da combinação linear dos MR para a formação de seis misturas.

MR	M1	M2	M3	M4	M5	M6
VV	70	75	25	10	5	5
VS	10	10	55	0	5	15
A	10	0	5	98	0	0
LV	5	5	5	10	85	0
RQo	5	10	10	0	5	80



a) Espectros dos MR: A, VV e VS e misturas

b) Espectros dos MR: A, LV, RQo e misturas

Figura 1: Espectros dos MR e das Misturas obtidas.

Realizaram-se os cálculos mostrados no diagrama de blocos da Fig. 2, que correspondem aos seguintes passos:

- A partir de uma estimativa inicial dos parâmetros do modelo  $\lambda_0^{p,r}$   $r = 1,2,\dots, R$  e utilizando-se a metodologia de estimativa de gaussianas misturadas proposta por Tso e Olsen (2005) estimou-se os parâmetros  $\lambda^{p,r}$   $r = 1,2,\dots, R$  utilizando-se a sequência  $O_T^{p,r}$ . Para as sequências puras VV, VS, A, LV e RQo encontrou-se os seguintes valores  $R$  de estados 3, 4, 2, 3 e 4, respectivamente.
- Com os parâmetros  $\lambda^{p,r}$  e utilizando-se o procedimento de cálculo de Baum-Welch, (Rabiner, 1989) estimou-se a probabilidade de uma dada sequência pertencer a um determinado modelo e com esta probabilidade calculou-se a incerteza das sequências  $O_T^{p,r}$  e  $O_T^{m,f}$  pertencerem aos modelos  $\lambda^{p,r}$ , utilizando-se (8) e (13).

Calcularam-se os valores de  $|H(O_T^{p,k} | \lambda^{p,r}) - H(\lambda^{p,r})|$  e  $|H(O_T^{m,f} | \lambda^{p,r}) - H(\lambda^{p,r})|$ , considerando-se que para  $T$  grande  $H(O_T^{p,r} | \lambda^{p,r}) \rightarrow H(\lambda^{p,r})$ . Os resultados dos cálculos são listados na Tabela 2. Nessa Tabela apresentam-se também os valores dos limiares  $\epsilon_r$  considerando-se (11) e o resultado da classificação, dada pelo menor dos valores das diferenças que satisfazem  $|H(O_T^{m,f} | \lambda^{p,r}) - H(O_T^{p,r} | \lambda^{p,r})| \leq k_r \epsilon_r$  ( $k_r = 1$ ), segundo (14).

Para efeito de comparação da acurácia da classificação dos próprios MR e das misturas e avaliação da metodologia utilizada, foram usadas algumas medidas discriminatórias já conhecidas, tais como a SAM, ED e a SID (Chang, 2000; Du e Chang, 2001).

A Tabela 3 mostra os resultados da classificação pela SAM, ED e SID. Nota-se que a SAM não conseguiu classificar corretamente a mistura M5. A ED realizou todas as classificações corretamente e a SID não conseguiu classificar corretamente os MR LV e RQo e nem as misturas M2 e a M6.

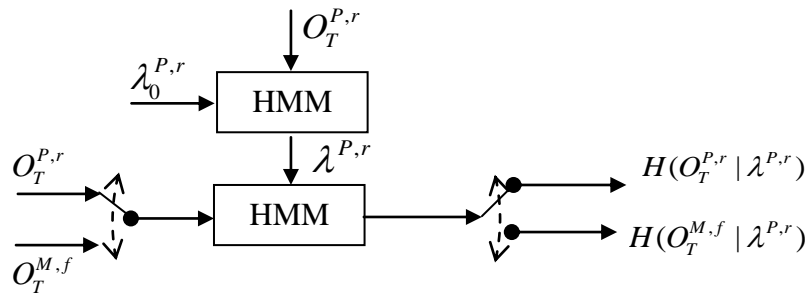


Figura 2: Estimativa dos parâmetros  $\lambda^{P,r}$   $r = 1, 2, \dots, R$  do modelo HMM e cálculo das incertezas das sequências puras e misturadas pertencerem aos modelos.

Tabela 2: Modulo da diferença entre a entropia do modelo dos MR e a incerteza do espectro dos MR e das misturas.

Classificação dos MR: $ H(O_T^{P,k}   \lambda^{P,r}) - H(O_T^{P,r}   \lambda^{P,r}) $							
	$r = 1$ (VV)	$r = 2$ (VS)	$r = 3$ (A)	$r = 4$ (LV)	$r = 5$ (RQo)	Limiar	Classificação
$k = 1$ (VV)	0,000	0,615	1,000	1,000	1,000	$\epsilon_1 < 0,615$	VV (correto)
$k = 2$ (VS)	1,000	0,000	1,000	1,000	1,000	$\epsilon_2 < 1,00$	VS (correto)
$k = 3$ (A)	1,000	1,000	0,000	1,000	1,000	$\epsilon_3 < 1,00$	A (correto)
$k = 4$ (LV)	0,656	0,503	1,000	0,000	0,792	$\epsilon_4 < 0,503$	LV (correto)
$k = 5$ (RQo)	1,000	0,164	1,000	1,000	0,000	$\epsilon_5 < 0,164$	RQo (correto)
Classificação das misturas: $ H(O_T^{M,f}   \lambda^{P,r}) - H(O_T^{P,r}   \lambda^{P,r}) $							
	$r = 1$ (VV)	$r = 2$ (VS)	$r = 3$ (A)	$r = 4$ (LV)	$r = 5$ (RQo)		Classificação
$f = 1$ (M1)	0,046	0,646	1,000	1,000	1,000		VV (Correto)
$f = 2$ (M2)	0,166	0,635	1,000	1,000	1,000		VV (Correto)
$f = 3$ (M3)	1,000	0,297	1,000	1,000	1,000		VS (Correto)
$f = 4$ (M4)	0,968	1,000	0,125	1,000	1,000		A (Correto)
$f = 5$ (M5)	0,433	0,510	1,000	0,189	0,775		LV (Correto)
$f = 6$ (M6)	1,000	0,156	1,000	1,000	0,077		LV (Incorreto)

Para a avaliação da classificação considerou-se o critério proposto por Du e Chang, (2001) que consiste em normalizar os valores da classificação, apresentados nas Tabelas 2 e 3, e no calculo da entropia dada por:

$$H_f = \sum_{r=1}^R -p_{r,f} \log(p_{r,f}) \quad (16)$$

onde  $p_{r,f}$  é o valor normalizado do valor da classificação  $\sum_{r=1}^R p_{r,f} = 1$ . Para a Tabela 2 tem-se que  $f = 1, 2, \dots, 5$  e para a Tabela 3 tem-se  $f = 1, 2, \dots, 6$ .

Dado que a classificação foi correta, quanto menor o valor dessa entropia melhor é a classificação. A Tabela 4 mostra os valores da Entropia da classificação com a Sequência Típica e com a SAM, ED e SID. Comparando-se estes valores tem-se que:

- Na classificação dos MR o método proposto foi o melhor, para os MR VV, VS, A e RQo. A SAM foi melhor para a classificação do MR LV e,
- Na classificação das misturas o método proposto foi melhor para as misturas M1 (VV), M2 (VV), M3 (VS), M4 (A) e M6 (RQo). A SID foi melhor na classificação da Mistura M5 (LV).

Tabela 3: Classificação pela SAM, ED e SID.

		Classificação dos MR					
		$r = 1$ (VV)	$r = 2$ (VS)	$r = 3$ (A)	$r = 4$ (LV)	$r = 5$ (RQo)	Classificação
$k = 1$ (VV)	SAM	0,00	0,58	0,26	1,24	1,33	VV (Correto)
	ED	0,00	2.055,13	2.200,14	2.208,91	3.381,63	VV (Correto)
	SID	0,00	0,13	0,17	0,34	0,38	VV (Correto)
$k = 2$ (VS)	SAM	0,58	0,00	0,66	0,76	0,83	VS (Correto)
	ED	2.055,13	0,00	3.875,93	1.088,97	1.571,51	VS (Correto)
	SID	0,13	0,00	0,07	0,06	0,08	VS (Correto)
$k = 3$ (A)	SAM	0,26	0,66	0,00	1,34	1,43	A (Correto)
	ED	2.200,14	3.875,93	0,00	3.506,32	4.809,27	A (Correto)
	SID	0,17	0,07	0,00	0,14	0,18	A (Correto)
$k = 4$ (LV)	SAM	1,24	0,76	1,34	0,00	0,15	LV (Correto)
	ED	2.208,91	1.088,97	3.506,32	0,00	1.318,96	LV (Correto)
	SID	0,34	0,06	0,14	0,00	0,00	(Indefinida)
$k = 5$ (RQo)	SAM	1,33	0,83	1,43	0,15	0,00	RQo (Correto)
	ED	3.381,63	1.571,51	4.809,27	1.318,96	0,00	RQo (Correto)
	SID	0,38	0,08	0,18	0,00	0,00	(Indefinida)
		Classificação das Misturas					
		$r = 1$ (VV)	$r = 2$ (VS)	$r = 3$ (A)	$r = 4$ (LV)	$r = 5$ (RQo)	Classificação
$f = 1$ (M1)	SAM	0,17	0,42	0,340	1,07	1,16	VV (Correto)
	ED	408,26	1.756,73	2.259,73	1.815,21	3.015,99	VV (Correto)
	SID	0,03	0,04	0,09	0,17	0,19	VV (Correto)
$f = 2$ (M2)	SAM	0,22	0,38	0,39	1,02	1,11	VV (Correto)
	ED	642,76	1.441,25	2.581,40	1.598,52	2.741,13	VV (Correto)
	SID	0,04	0,03	0,09	0,14	0,17	VS (Incorreto)
$f = 3$ (M3)	SAM	0,53	0,10	0,62	0,76	0,84	VS (Correto)
	ED	1.492,56	623,31	3.267,35	967,44	1.932,83	VS (Correto)
	SID	0,12	0,00	0,07	0,06	0,07	VS (Correto)
$f = 4$ (M4)	SAM	0,22	0,59	0,08	1,27	1,36	A (Correto)
	ED	2.150,39	3.822,05	54,21	3.453,80	4.757,08	A (Correto)
	SID	0,17	0,06	0,00	0,13	0,16	A (Correto)
$f = 5$ (M5)	SAM	1,14	0,66	1,25	0,10	0,21	LV (Correto)
	ED	2.133,85	982,66	3.496,10	114,95	1.340,50	LV (Correto)
	SID	0,31	0,05	0,13	0,00	0,01	LV (Correto)
$f = 6$ (M6)	SAM	1,18	0,67	1,28	0,15	0,16	LV (Incorreto)
	ED	2.999,40	1.183,82	4.495,92	1.013,96	395,94	RQo (Correto)
	SID	0,32	0,05	0,15	0,00	0,00	(Indefinida)

Tabela 4: Entropia da classificação dos MR e das misturas.

		Entropia da classificação dos MR					
		$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_5$	
Sequências Típicas		$H_1=0,590$	$H_2=0,000$	$H_3=0,000$	$H_4=1,225$	$H_5=0,689$	
SAM		$H_1=1,233$	$H_2=1,377$	$H_3=1,229$	$H_4=1,203$	$H_5=1,203$	
ED		$H_1=1,364$	$H_2=1,274$	$H_3=1,351$	$H_4=1,281$	$H_5=1,255$	
SID		$H_1=1,299$	$H_2=1,337$	$H_3=1,338$	---	---	
		Entropia da classificação das Misturas					
		$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_5$	$H_6$
Sequências Típicas		$H_1=0,584$	$H_2=0,614$	$H_3=0,000$	$H_4=0,153$	$H_5=1,300$	$H_6=0,692$
SAM		$H_1=1,402$	$H_2=1,436$	$H_3=1,473$	$H_4=1,291$	$H_5=1,335$	---
ED		$H_1=1,482$	$H_2=1,509$	$H_3=1,461$	$H_4=1,370$	$H_5=1,329$	$H_6=1,330$
SID		$H_1=1,396$	---	$H_3=1,366$	$H_4=1,336$	$H_5=0,937$	----

## 6. Comentários Finais

Este artigo apresenta um novo método de classificação com aplicação em dados hiperespectrais. Este método utiliza os seguintes passos:

- a) Pelo método de Cadeia Oculta de Markov obtém-se os parâmetros  $\lambda=(\pi,A,B)$  dos espectros dos MR selecionados;
- b) Com esses parâmetros determina-se a Entropia  $H(\lambda^{P,r})$  associada aos símbolos representativos dos possíveis estados de um MR e a incerteza de uma dada mistura pertencer ao modelo do MR;
- c) Utilizando-se o conceito de sequências típicas, da Teoria da Informação, determina-se a qual conjunto de sequências típicas dos MR a mistura pertence e,
- d) Associa-se a mistura ao MR que a tiver como sequência típica.

Utilizando-se espectros de MR obtidos de uma imagem do sensor AVIRIS e misturas lineares destes MR comparou-se o método proposto com a classificação feita pela SAM, ED e SID. Dos resultados obtidos verificou-se que o método proposto apresentou um melhor desempenho no processo de classificação das misturas, deste modo esse método pode ser considerado uma metodologia alternativa para a classificação de imagens hiperespectrais.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES que por meio do Projeto DINTER entre o ITA/PG-EEC e o IFG deu suporte financeiro a este estudo.

## 7. Referências

- Ambikapathi, A., T.-H. Chan, T.-H., Ma, W.-K., Chi, C.-Y. Chance-Constrained Robust Minimum-Volume Enclosing Simplex Algorithm for Hyperspectral Unmixing. **IEEE Transactions on Image Processing**, v.49, n.11, 4194–4209, 2011.
- Ash, R. **Information Theory**. Interscience Publisher, 1965. 339p.
- Chang, Chein-I: An Introduction theoretic-based approach to spectral variability, similarity and discriminability for hyperspectral image analysis. **IEE Transaction Inf. Theory**, 46, 1927-1932, 2.000.
- Du, Quian e Chang, Chein-I, Hidden Markov model approach to spectral analysis for hyperspectral imagery, *Opt. Eng.* 40, 2277-2284, **Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers**, 2001.
- Eches, O., Dobigeon, N., Tourneret, J.-Y. Enhancing Hyperspectral Image Unmixing With Spatial Correlations. **IEEE Transactions on Image Processing**, v.49, n.11, 4239-4247, 2011.
- Pizarro, M. A.; Fernandes, D., Avaliação de métodos de estimativa de coerência espectral para seleção de membros de referência em imagens hiperespectrais. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 57, n. 2, p. 113-120, ago. 2005.
- Pizarro, M. A., **Sensoriamento remoto hiperespectral para a caracterização e identificação mineral em solos tropicais**. jun. 1999. 185 p. (INPE-7249-TDI/693). **Dissertação** (Mestrado em Sensoriamento Remoto) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos. 1999. Disponível na biblioteca digital *URLib*: <<http://iris.sid.inpe.br:1912/rep-/sid.inpe.br/deise/1999/10.22.17.45>>. Acesso em: 2004, nov. 18.
- Tso, B. e Olsen, R. C, Combining spectral and spatial information into hidden Markov models for unsupervised image classification, **International Journal of Remote Sensing**, Vol. 26, No. 10, 20 May 2005, pag. 2113–2133.
- Rabiner, L. R, A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. **Proceedings of the IEEE**. Vol.77, p. 257-284, 1989.
- Zhang, B., Sun, X., Gao, L., Yang, L. Endmember Extraction of Hyperspectral Remote Sensing Images Based on the Discrete Particle Swarm Optimization Algorithm, **IEEE Transactions on Image Processing**, v.49, n.11, 4173–4176, 2011.