

## Estimativa de Expoentes de Hurst para séries temporais de imagens NDVI / MODIS em regiões de pastagens da Zona da Mata de Minas Gerais

Marcos Cicarini Hott <sup>1,2</sup>  
Luís Marcelo Tavares de Carvalho <sup>1</sup>  
Mauro Antonio Homem Antunes <sup>3</sup>  
Helena Maria Ramos Alves <sup>4</sup>  
Wadson Sebastião Duarte da Rocha <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Lavras – UFLA / DCF  
Campus Universitário – 37.200-000 - Lavras - MG, Brasil  
passarinho@dcf.ufla.br

<sup>2</sup> Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária – EMBRAPA Gado de Leite  
Rua Eugênio do Nascimento, 610 – 36.038-330 – Juiz de Fora - MG, Brasil  
{marcos.hott, wadson.rocha}@embrapa.br

<sup>3</sup> Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – UFRRJ / DENG  
Rodovia BR 465 – Km 7 – Campus Universitário – 23.851-970 – Seropédica – RJ, Brasil  
homemantunes@gmail.com

<sup>4</sup> Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária – EMBRAPA Café  
Campus Universitário / EPAMIG – Caixa Postal 176 – 37.200-000 - Lavras - MG, Brasil  
helenalves@embrapa.br

**Abstract.** The Zona da Mata region in Minas Gerais State is configured in a traditional dairy production chain, whose grasslands have subtle dynamics in their phenology, and currently there is a strong concern regarding degradation and vegetative development trends. The Hurst exponents (H) are a potential tool to describe the evolution scale of time series, sensitive to short- and long-term memory. This study was aimed at developing an algorithm in the GIS that presents reliable results of the Hurst exponents for NDVI from MODIS imagery, using binary blocks method applied to R/S analysis (range rescaled) in the Gretl, an econometrics and time series software. We produced H values identical to those estimated H for time series of pixels extracted from the satellite imagery dataset, processed in the Gretl. In order to estimate and evaluate the area of occurrence of the H exponents classes for imagery over time, we performed a processing highlighting the slightly trend of low sustainability of grasslands (H class 0.52 to 0.65), with 833,768 ha (68.71%), and moderate sustainability or persistence (H class 0.65 to 0.70), with 162,068 ha. We emphasized the fact that the estimated class between 0.37 and 0.52 resulted in a considerable area of grasslands, with about 135,000 ha, possibly indicating that this region faces remarkable changes, such as degradation, crop rotation, fallow or others land use changes. Despite the long processing time to estimate H, we highlight the usefulness of this methodology for detection of change trends in the short- and long-term periods.

**Palavras-chave:** Hurst exponents, time series, NDVI, MODIS, grasslands, expoentes de Hurst, séries temporais, NDVI, MODIS, pastagens.

### 1. Introdução

As pastagens na Zona da Mata de Minas Gerais (Figura 1) perfazem uma área total de aproximadamente 1,2 milhões de hectares, e fazem parte de bacias leiteiras tradicionais, cujas alterações de longo-prazo são sutis, com manejo heterogêneo, sujeitas ao sobrepastejo, pouca fertilização, topografia movimentada e dotada de aspectos visíveis de degradação. Os dados de sensoriamento remoto se constituem em fonte de baixo custo para o monitoramento das condições e evolução da vegetação de pastagens, tendo em vista a disponibilização de base de imagens em séries temporais para análise de grandes regiões de importância ambiental e

socioeconômica. Sano et al. (2002) demonstraram por meio de radiometria de campo, no Cerrado, a possibilidade da detecção de pastagens degradadas ou em boas condições através das bandas equivalentes às bandas 3 (0,63 – 0,69  $\mu\text{m}$ ) e 4 (0,76 – 0,90  $\mu\text{m}$ ) do satélite Landsat. A dinâmica da vegetação e índices espectrais tem sido estudados a partir de imagens do sensor MODIS (*Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer*), tanto a bordo do satélite Terra quanto do Aqua, e tem sido objeto de estudo por diversos autores (Huete et al. (2002); Geerken et al. (2005); Ratana et al. (2005); Victoria et al. (2009); Silva et al. (2010); Victoria et al. (2012)). O produto MOD13Q1 do MODIS fornece uma série de imagens NDVI (*Normalized Difference Vegetation Index*) em composição de 16 dias, cuja propriedade biofísica que representa possibilita distinguir a vegetação herbácea, em alguns graus de vitalidade da forragem em virtude da razão entre a banda espectral do vermelho e infravermelho. Aguiar et al. 2010 avaliaram os produtos NDVI / MODIS MOD09 como excelentes fontes de dados para a avaliar a degradação de pastagens no Cerrado. Análises estatísticas exploratórias ou descritivas tem permitido a distinção entre tipos de pastagens por meio de dados de sensoriamento remoto, tal como realizado por Anjos et al. (2013) para as pastagens no Triângulo Mineiro e Peng et al. (2013) ao utilizarem dados de regressão linear do NDVI para indicar a tendência de crescimento ou retração da vegetação. Xu et al. (2013) desenvolveram um método para gerar um índice de crescimento das pastagens com NDVI de imagens SPOT em composições de 10 dias na China. Geerken et al. (2005) avaliaram criteriosamente dados NDVI / MODIS para pastagens naturais na Síria e concluíram que esses índices de vegetação permitem a diferenciação das tipologias fenológicas, juntamente com a integração anual do índice por simples regressão linear e declividades significativas por coeficientes de correlação. Em razão das sensíveis diferenças entre as tipologias de pastagens, heterogeneidade fenológica, ocorrência de plantas invasoras, palatabilidade e variedades cultivadas, a necessidade de uma análise acurada é imperiosa para diferenciar os perfis temporais das pastagens. Muito utilizada para séries temporais financeiras e econômicas, a análise clássica da série reescalada denominada R/S (amplitude variável dividida pelo desvio-padrão), originalmente descrita por Harold Hurst (1951) em seu trabalho na determinação da capacidade de longo-prazo de armazenagem de água por represas, a partir de sua experiência na construção de uma represa no Rio Nilo, se consolidou em um método de investigar memória de longo e de curto-prazo, atualmente. Em trabalhos de Mandelbrot e Wallis (1969) e Mandelbrot (1983) foram definitivamente estruturados a análise R/S e o expoente de Hurst como forma de determinação da memória em séries temporais, onde  $H < 0,5$  há a indicação de antipersistência ou anticorrelação, onde valores ou fenômenos tendem a se reverterem no futuro;  $H = 0,5$  denota um passeio ao acaso, também chamado de movimento Browniano, onde os valores não chegam a alcançarem ou a definirem uma tendência; e  $H > 0,5$  apresentando uma persistência ou memória, onde valores passados influenciam os resultados futuros. Mandelbrot também provou a relação do expoente de Hurst com a dimensão fractal, relacionando-os aos processos dinâmicos dos mais diversos e complexos. Em trabalhos econômicos aplicados às séries de preços, investimentos e mercado de capitais, o expoente de Hurst é bastante abordado como forma de detectar efeitos de memória e tendências (Lo (1991); Peters (1994); Souza et al. (2006); Sánchez et al. (2008)). Em aplicações acadêmicas, ambientais e em sensoriamento remoto, Xin et al. (1999) estimaram leis de potência em transectos espaço-temporais em dois tipos de pastagens na China, Ashutosh et al. (2007) e Soterroni et al. (2008) concluíram que a análise R/S produz resultados equivalentes ao método de wavelet para estimativa do expoente de Hurst tanto para séries longas como curtas, assim como Hou et al. (2010) e Peng et al. (2012) utilizaram séries de imagens NDVI do SPOT-VGT e do sensor AVHRR, respectivamente, para avaliarem a tendência futura de degradação de pastagens e vegetação em geral. Com séries medianamente curtas, as séries NDVI / MODIS do satélite terra, mensurados e reportados a partir de

fevereiro do ano 2000, para pixels com resolução espacial de 250 m, não permitem atender a recomendação clássica de 500 a 1.000 dados no mínimo na base de dados para a análise R/S. Entretanto, isto tem mudado com os novos estudos para séries curtas. Qi e Yang (2013) discutiram um novo método para base de dados a partir de 100 dados. Flynn et al. (2013) obtiveram dados significativos para análise R/S para séries curtas em análise de dados biológicos pela simples adoção de *lags* ou escalas aritméticas ao contrário das escalas clássicas geométricas ou binárias. R/S também se comporta de forma viesada se métodos de filtragem não são aplicados adequadamente, mas é menos influenciado por dados periódicos em razão do cálculo de desvios cumulativos e média, segundo Markovic e Koch (2005), além de todos os métodos para a estimativa do expoente de Hurst pode ser superestimado ou subestimado de acordo com a variância anual apresentada, sendo subestimada para o método R/S com o aumento da variância ou amplitude anual. Em Kale e Butar (2010) discute-se a natureza da distribuição normal dos expoentes de Hurst produzidos. Isto ocorre para séries sintéticas ou reais estudadas. Relata-se a quase normalidade dos dados de NDVI adimensionais, e para dados sazonais com periodicidade concreta nos dados, descritivamente, os retornos logarítmicos são dispensados para a análise de séries medianamente curtas e em virtude da distribuição gaussiana dos desvios calculados na análise R/S. A utilização de um escalonamento da série que preserve as propriedades da análise reescalada, mantendo ao máximo a utilização da série em sua totalidade se torna um desafio. Para a série NDVI das imagens da área de pastagens testou-se o método empregado pelo software dedicado à econometria e séries temporais Gretl, o qual inicia a subdivisão binária a partir do tamanho total da série até o arredondamento da menor escala ou subdivisão.

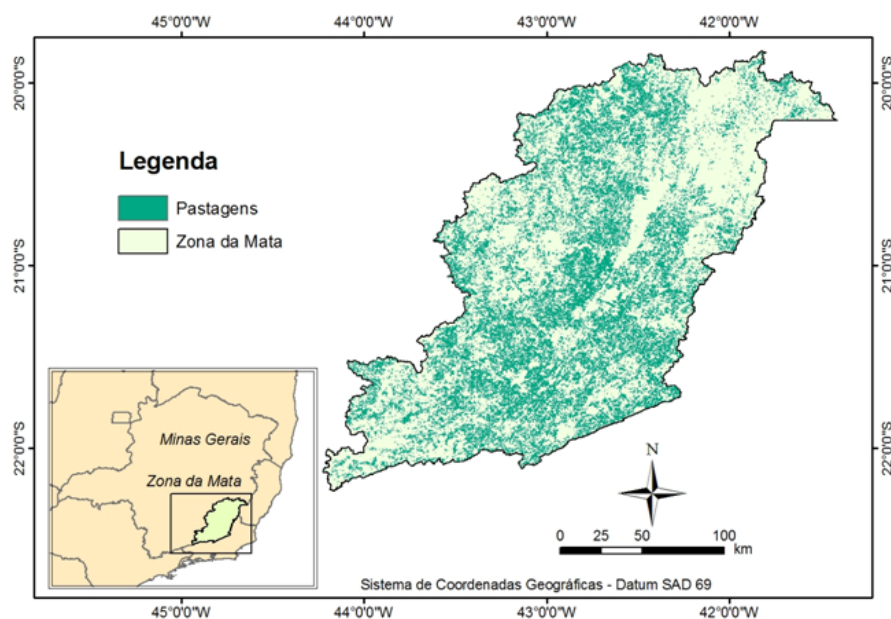


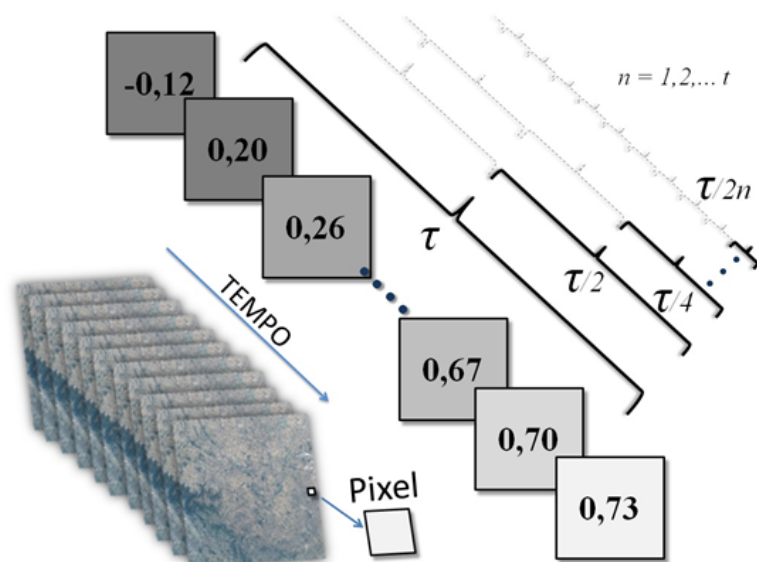
Figura 1. Área de estudo e distribuição das pastagens na Zona da Mata.

## 2. Metodologia de Trabalho

Inicialmente as séries temporais foram filtradas com a eliminação de *outliers* e utilização de média quadrática para substituição dos valores espúrios. Seguindo-se a metodologia empregada no Gretl para a determinação da escala de medida ou divisão da série temporal de células ou pixels das imagens (Figura 2), iniciou-se pelo comprimento ( $\tau$ ) total da série dividindo-se por 2 até o arredondamento da menor subdivisão, considerando a série de imagens de 305 dados de média do NDVI de 16 dias do MODIS (MOD13Q1), de 18 de

fevereiro de 2000 a 09 de maio de 2013 (LP-DAAC, 2013). O algoritmo foi desenvolvido por meio do ferramental e algoritmo escrito no Sistema de Informações Geográficas (SIG) ArcInfo, observando o mapa de pastagem, imagens MODIS e RapidEye para consistência dos resultados (Figura 3).

Por meio das equações abaixo (Souza et al., 2006) foram estimados os expoentes de Hurst para as matrizes dispostas em série temporal, sendo realizados os cálculos para cada conjunto de pixels no tempo a partir da divisão binária sugerida no software Gretl. Em princípio calcula-se a média dos retornos ou valores observados  $r$  para cada bloco ou tamanho de segmento  $\tau$  (Equação 1), além do desvio-padrão  $\sigma$  ( $S_i$ ) dentro do segmento (Equação 2). O algoritmo deve considerar ao longo do bloco o desvio máximo ou mínimo em torno da média, sendo realizada a obtenção da amplitude máxima dividida ou normalizada pelo desvio-padrão (Equação 3). Ao final do cálculo de R/S para cada bloco obtém-se a média (Equação 4), a qual está relacionada ao expoente H, conforme a Equação 5. Observa-se que para blocos  $\tau$  ou  $lags$  geométricos de base  $2^n$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots, i$ , calculado deterministicamente, R/S assume valores cujos log-log resulta em um passeio ao acaso com  $H = 0,5 = \beta$  da equação obtida por regressão linear.



**Figura 2.** Ilustração que mostra a análise pixel-a-pixel ao longo do tempo para a série reescalada por meio da análise normalizada das amplitudes em escalas  $\tau$  a  $\tau/2 \times 16$ .

$$\bar{r}_i = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} (r_{t,i}) \tag{1}$$

$$S_i = \left[ \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} (r_{t,i} - \bar{r}_i)^2 \right]^{1/2} \tag{2}$$

$$(R/S)_i = \frac{1}{S_i} \left[ \max_{1 \leq t \leq \tau} \sum_{k=1}^t (r_{k,i} - \bar{r}_i) - \min_{1 \leq t \leq \tau} \sum_{k=1}^t (r_{k,i} - \bar{r}_i) \right] \tag{3}$$

$$(R/S)_\tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R/S)_i \quad (4)$$

$$(R/S)_\tau = (\tau/2)^H \quad (5)$$

Assim, H é o coeficiente angular da reta obtida por regressão linear do Log (R/S) x Log ( $\tau$ ), onde pode-se assumir valores próximos a 0,5 ( $\pm 0,02$ ) como série aleatória, com  $H < 0,5$  associa-se a um efeito de reversibilidade da tendência observada através de diversas métricas a serem estimadas, enquanto que para  $H > 0,5$  verifica-se uma tendência da dinâmica de sustentação do padrão atual do fenômeno geográfico. Para a melhor utilização dos resultados da análise temporal das imagens NDVI / MODIS e estimativa dos expoentes de Hurst, no caso das pastagens haverá a necessidade de se estimar parâmetros fenológicos, sazonais, intra ou interanuais, assim como métricas ou índices de desenvolvimento ou crescimento da vegetação de pastagens, como feito em Hott et al, 2013. Portanto, para a série de 305 imagens NDVI/MODIS, em se tratando de uma série de tamanho médio, para um melhor encaixe dos *lags* optou-se pela divisão binária realizada a partir do total de imagens ( $\tau$ , como primeiro bloco), seguida dos blocos  $\tau/2n$ , com  $n = 1, 2, 4, 8$  e  $16$ , com o devido arredondamento do tamanho do menor bloco.

### 3. Resultados e Discussão

Para análises de consistências do método empregado e do algoritmo desenvolvido no SIG, alguns pontos amostrais foram observados a partir do cálculo de uma série temporal de um único pixel no software Gretl, com posteriores testes dos algoritmos até alcançar os valores de Hurst inequívocos. Assim, procedeu-se ao processamento da série de imagens para a Zona da Mata e recorte para as pastagens. Com uma fenologia muito característica, as pastagens são semi-manejadas, em sua maioria capim gordura (*Melinis minutiflora*), Brachiaria, elefante (*Pennisetum spp.*) e do gênero *Cynodon*, e se comportam com uma sazonalidade característica. Na Figura 3, observou-se o nível de cobertura e vitalidade da vegetação em pontos amostrais levantados anteriormente sob a ótica da imagem de alta resolução RapidEye frente à malha MODIS e valores de NDVI para 2012 e 2011. Os resultados das estimativas foram, enfim, comparados entre os resultados pontuais, por um pixel amostra, no Gretl e no SIG, resultando em valores exatos. Na Figura 4 um exemplo de ajuste para o ponto amostral 7, exibindo um efeito de memória de longo prazo, com um excelente ajuste ( $R^2 = 0,9847$ ) o qual pode estar relacionado ao manejo irregular, mas constante, neste cenário. Em termos de uma gradação pode-se concluir que para essa célula o resultado expressa uma memória “pouco persistente” ou “pouco sustentável”. Isto, talvez a rotação de culturas adotada, sobrepastejo, plantas invasoras ou a existência de algum breve *break point* ao longo da série, ainda não analisado. Assim, para as classes detectadas de H, de 0,37 – 0,48 pode-se denominar como anti-persistente, cujas tendências podem se reverter no futuro, de 0,48 – 0,52 como aleatório, dotado de uma complexidade superior em termos de alterações no uso das terras; de 0,52 – 0,65 como pouco persistente ou sustentável, conforme comentado; de 0,65 – 0,70 de medianamente sustentável, cuja a tendência futura é de manutenção consistente do processo de desenvolvimento da pastagem; e 0,70 – 0,97 se configura numa condição muito persistente ou sustentável, independente do processo que esteja ocorrendo, mas apenas indica que o manejo adotado tende a se manter no futuro. A distribuição dessas classes é apresentada na Figura 5, e os resultados numéricos em termos de áreas e percentuais se apresentam na Tabela 1.

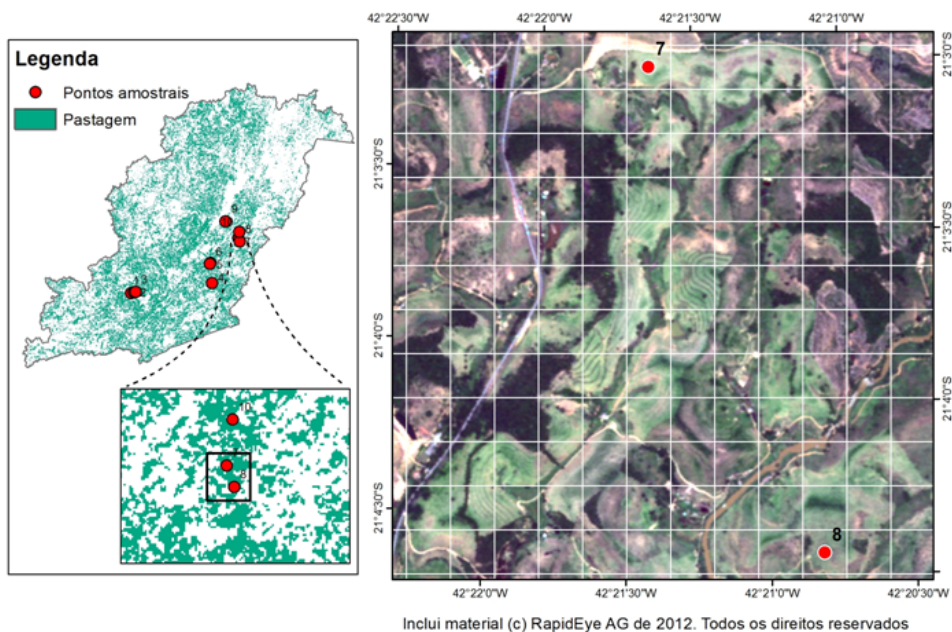


Figura 3. Pontos amostrais para obtenção de pixels puros e malha MODIS sob RapidEye.

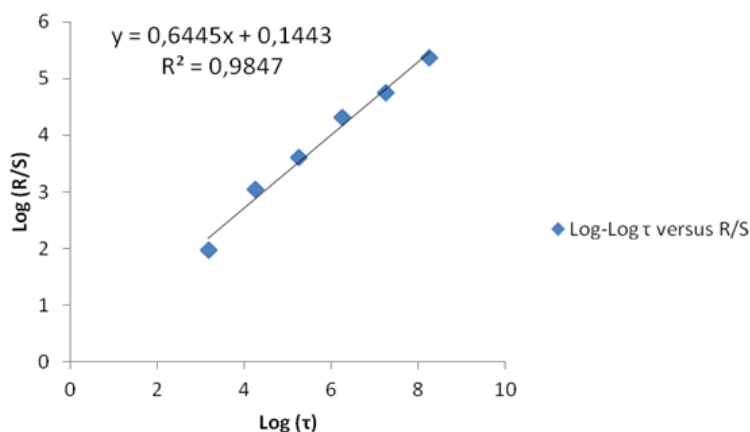


Figura 4. Exemplo do ajuste  $\text{Log } \tau$  versus  $\text{Log } R/S$  para o ponto amostral 7, cujo H denota um efeito de memória, com um  $R^2$  muito satisfatório.

Tabela 1. Resultado em área para as classes de expoentes de Hurst nas pastagens.

Classes de Hurst	Área (ha)	Área (%)
0,37 - 0,48	29.956,25	2,47
0,48 - 0,52	105.575,00	8,70
0,52 - 0,65	833.768,75	68,71
0,65 - 0,70	162.068,75	13,36
0,70 - 0,97	82.137,50	6,77
<b>Total</b>	<b>1.213.506,25</b>	<b>100,00</b>

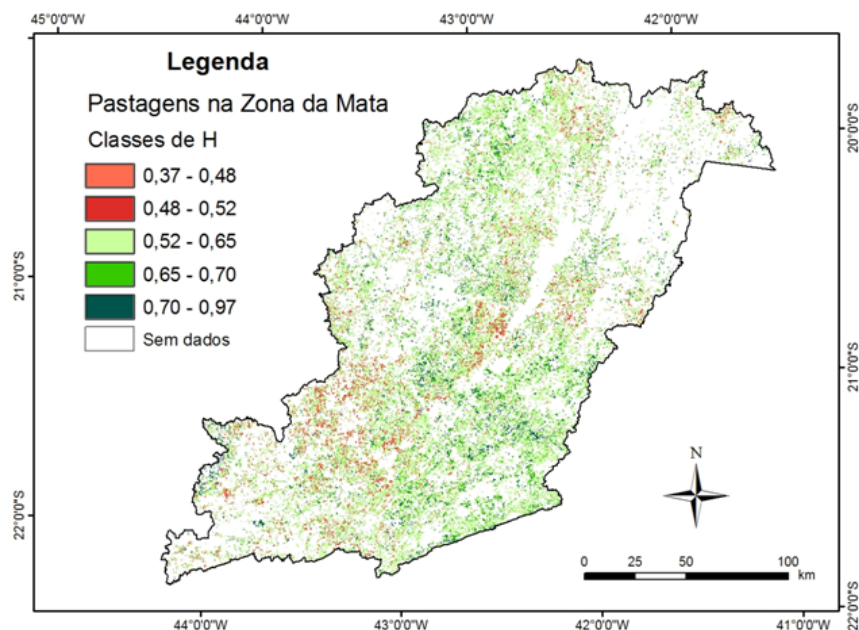


Figura 5. Mapa final das classes de expoentes de Hurst para as pastagens na Zona da Mata.

#### 4. Conclusões

O algoritmo desenvolvido no SIG apresentou resultados para as séries espaço-temporais das imagens rigorosamente idênticos às séries individuais estimadas no software de séries temporais. Deve-se registrar o tempo longo de processamento, tendo em vista os milhares de cálculos realizados na análise R/S em conjunto com as mais de 300.000 séries, estimadas por unidade de pixel, para a Zona da Mata. Para fins de mensuração da área de ocorrência das classes destacam-se a tendência de pouca sustentabilidade (0,52 – 0,65), com 833.768,75 ha (68,71%), e a sustentabilidade ou persistência média (0,65 – 0,70), com 162.068,75 ha. Destaca-se o fato que entre 0,37 e 0,52 foi estimada uma área considerável nas pastagens, cerca de 135.000 ha, indicando uma região de pastagens que passam por alterações muito importantes, como degradações, rotação de cultivos, pousio ou conversibilidade no uso.

#### Agradecimentos

À Universidade Federal de Lavras, à equipe do Laboratório de Estudos e Projetos em Manejo Florestal (LEMAF), ao IBAMA pelas imagens RapidEye e à NASA pelas imagens MODIS.

#### Referências Bibliográficas

- Aguiar, D. A. ; Adami, M. ; Silva, W. F. ; Rudorff, B. F. T. ; Mello, M. P. ; Santos, J. . MODIS time series to assess pasture land. **Proceedings of the 2010 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium**. Honolulu: IEEE, p. 2123-2126, 2010.
- Anjos, V. S.; Sano, E. E. ; Bezerra, H. S. ; Rosa, R. . Caracterização espectro-temporal de pastagens do Triângulo Mineiro utilizando dados MODIS EVI2 (2000-2010). **Sociedade & Natureza**, v. 25, p. 205-215, 2013.
- Ashutosh, C.; Abhey, R. B.; Dimri, V. P. Wavelet and rescaled range approach for the Hurst coefficient for short and long time series. **Computers & Geosciences**, v. 33, pp. 83-93, 2007.
- Flynn, M. N.; Pereira, W. R. L. S. Ecological diagnosis from biotic data by Hurst exponent and the R/S analysis adaptation to short time series. **Biomatemática**, v. 23, p. 1 – 14, 2013.
- Geerken, R.; Batikha, N.; Celis, D., Depauw, E. Differentiation of rangeland vegetation and assessment of its status: field investigations and MODIS and SPOT VEGETATION data analyses. **International Journal of**

**Remote Sensing**, v. 26, p. 4499-4526, 2005.

Hott, M.C.; Carvalho, L.M.T.; Santos, P.A.; Arantes, T.B.; Resende, J.C.; Fonseca, L.D.M. Avaliação espaço-temporal do desenvolvimento de pastagens na Zona da Mata usando dados de sensoriamento remoto. **Anais... Congresso Internacional do Leite**, 12. Porto Velho: Embrapa Gado de Leite. 2013.

Hou, X.; Han, L.; Gao, M.; Bi, X.; Zhu, M. Application of Spatio-temporal Data Mining and Knowledge Discovery for Detection of Vegetation Degradation: Analysis of time-series remote sensing images using spatial statistics method. **Proceedings of Seventh International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD)**, p. 2124 – 2128, 2010.

Huete, A.; Didan, K.; Miura, T.; Rodriguez, E. P., Gao, X., Ferreira, L.G. Overview of the radiometric and biophysical performance of the MODIS vegetation indices. **Remote Sensing of Environment**, v. 83, p. 195-213, 2002.

Hurst, H.E. Long-term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, v. 116, p. 770-799, 1951.

Kale, M.; Butar, F. Fractal Analysis of Time Series and Distribution Properties of Hurst Exponent. **Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education**. v. 5, n. 1, p. 8 – 19, 2010.

Land Processes Distributed Active Archive Center (LP-DAAC). **MODIS Data Pool Holdings**. Disponível em <[https://lpdaac.usgs.gov/lpdaac/get\\_data/data\\_pool](https://lpdaac.usgs.gov/lpdaac/get_data/data_pool)>. Acesso em 20. Jul. 2013.

Lo, W. Long-term memory in stock market prices. **Econometrica**, v.59, n.5, p. 1279-1313. 1991.

Mandelbrot, B. **The fractal geometry of nature**. New York: W. H. Freeman & Co., 1983. 550p.

Mandelbrot, B.; Wallis, J. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long run statistical dependence. **Water Resources Research**, v. 5, n. 5, 1969.

Markovic, D., and M. Koch, Sensitivity of Hurst parameter estimation to periodic signals in time series and filtering approaches, **Geophysical Research Letters**, v. 32, n. 17, L17401, 2005.

Peng Jian, Liu Zhenhuan, Liu Yinghui, Wu Jiansheng, Han Yinan, Trend analysis of vegetation dynamics in Qinghai-Tibet Plateau using Hurst Exponent, **Ecological Indicators**, v. 14, p. 28-39, 2012.

Peters, E. E. **Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics**. New York, Wiley, 1994.

Qi, J.; Yang, H. Hurst exponents for short time series. **Physical Review E** **84** (online), 2011. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/1211.2862v1.pdf>>. Acesso em: 06 Dez. 2013.

Ratana, P.; Huete, A.R.; Ferreira, L.G. Analysis of Cerrado physiognomies and conversion in the MODIS seasonal-temporal domain. **Earth Interactions**, v. 9, n. 3, 22 p., 2005.

Sánchez, Z., Trinidad, J.E., García, P.J., 2008. Some comments on Hurst exponent and the long memory processes on capital markets. **Physica A**, v.387, 5543–5551.

Sano, E. E. ; Bezerra, H. S.; Barcello, A. O. ; Rosa, R. . **Metodologias para mapeamento de pastagens degradadas no Cerrado**. Planaltina, DF: Embrapa Cerrados, 2002 (Boletim de Pesquisa, 70.).

Silva, G. B. S.; Formaggio, A. R.; Shimabukuro, Y. E.; Adami, M.; Sano, E. E. Discriminação da cobertura vegetal do Cerrado matogrossense por meio de imagens MODIS Mapeamento semidetalhado do uso da terra do Bioma Cerrado. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 45, n. 2, p. 186-194, 2010.

Soterroni, A. C. ; Domingues, M. O. ; Ramos, F. M. Estimativa do expoente de Hurst de séries temporais caóticas por meio da transformada wavelet discreta. **Anais... Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações - DINCON**, 7, Presidente Prudente. p. 437-442, 2008.

Souza, S. R. S.; Tabak, B. M.; Cajueiro, D. O. Investigação da memória de longo prazo na taxa de cambio no Brasil. Rio de Janeiro, **Revista Brasileira de Economia**, vol. 60 n.2 p. 193 – 209, 2006.

Victoria, D. C. ; Oliveira, A. F. ; Grego, C. R. Análise harmônica de séries temporais de imagens NDVI/MODIS para discriminação de coberturas vegetais. **Anais... Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, 14, Natal. São José dos Campos: INPE, p. 1589-1596, 2009.

Victoria, D. C.; PAZ, A. R.; COUTINHO, A. C.; KASTENS, J.; BROWN, J. C. Cropland area estimates using Modis NDVI time series in the state of Mato Grosso, Brazil. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 47, p. 1270-1278, 2012.

Xin, X.P., Gao, Q., Li, Y.Y.; Yang, Z.Y. Fractal analysis of grass patches under grazing and flood disturbance in an alkaline grassland. **Acta Botanica Sinica**, 41, p. 307-313, 1999.

Xu, B.; Yang, X.C.; Tao, W.G.; Miao, J.M.; Yang, Z.; Liu, H.Q.; Jin, Y.X.; Zhu, X. H.; Qin, Z.H; Lv, H.Y.; Li, J.Y. MODIS-based remote-sensing monitoring of the spatiotemporal patterns of China's grassland vegetation growth. **International Journal of Remote Sensing**, 2013, v. 34, n. 11, 3867-3878.