

Detecção de mudanças em imagens multitemporais de sensoriamento remoto empregando SVM e pertinência de *pixels*

Neide Pizzolato Angelo¹

Rute Henrique da Silva Ferreira²

¹ Universidade Federal de Pelotas - UFPel
Caixa Postal 354 - 96010-971- Pelotas - RS, Brasil
neide.angelo@ufpel.edu.br

² Centro Universitário La Salle - UNILASALLE
Victor Barreto, 2288 – 92010-000 Canoas – RS, Brasil
rute.ferreira@unilasalle.edu.br

Abstract. This paper investigates an approach to the problem of change detection in multitemporal remote sensing images using Support Vector Machines (SVM) based on RBF kernel (Radial Basis Function) combined with a new relevance metric called Delta b (Δb). The methodology is based on the difference of the fraction images produced for each date. In images of natural scenes the difference in soil and vegetation fractions tends to have a symmetrical distribution around the mean of its pixels. This fact can be used to model two normal multivariate distributions: change and non-change. The Expectation-Maximization (EM) algorithm is implemented for estimating the parameters (mean vector, covariance matrix, and prior probability) associated with these two distributions. Random samples are extracted from these two distributions and used to train a SVM classifier based on RBF kernel. The proposed methodology is tested using multi-temporal data sets of multispectral images Landsat-TM covering the same scene, located in Roraima state, in two different dates. Test samples are obtained by the use of Change Vector Analysis (CVA) and used to validate the estimation method of pertinence. It is expected that this methodology could be applied to detection of change for multispectral and hyperspectral multitemporal images used in remote sensing.

Palavras-chave: Detecção de mudanças, *Support Vector Machines*, imagens-fração, algoritmo EM.

1. Introdução

Detectar mudanças em um conjunto imagens da mesma cena tomadas em momentos diferentes é de interesse generalizado para um grande número de aplicações em várias áreas de conhecimento, tais como: vigilância por vídeo (Xiaogang et al., 2014), biologia e medicina (Bosc et al., 2003). Em particular, na área de sensoriamento remoto, as técnicas de detecção de mudanças em imagens multitemporais têm sido aplicadas em monitoramento agrícola, florestal, de áreas urbanas, de geleiras e oceanos entre outras (Zanotta e Haertel, 2012).

Duas principais abordagens para o problema da detecção de mudanças têm sido propostas na literatura para uso em sensoriamento remoto: o método supervisionado e o método não supervisionado (Bruzzone et al., 2004).

Embora o método supervisionado ofereça algumas vantagens em comparação ao método não supervisionado, como a definição da natureza do tipo de mudança ocorrida, por outro lado a obtenção de amostras de treinamento é geralmente uma tarefa de difícil execução e de alto custo. Consequentemente, o uso de métodos não supervisionados para a detecção de mudanças é, em nível operacional, mais indicado e tem sido largamente explorado pelos pesquisadores no desenvolvimento de seus trabalhos (Zanotta e Haertel, 2012).

Dentre os vários métodos não supervisionados de detecção de mudança propostos na literatura, o mais amplamente utilizado é aquele conhecido como Análise do Vetor de Mudanças (CVA – *Change Vector Analysis*).

Uma técnica interessante para o tratamento de detecção de mudanças é apresentada em Haertel et al. (2004) através da utilização do conceito de *pixel* mistura. O fenômeno de mistura em *pixels* ocorre quando um mesmo pixel compreende duas ou mais classes distintas, denominadas, neste contexto, de componentes (*endmembers*). Assim é possível derivar um novo conjunto de dados com as chamadas imagens-fração, as quais informam em cada *pixel* a

fração ocupada por cada uma das componentes do terreno. Essa abordagem apresenta duas vantagens: permite uma análise em nível de *sub-pixel* e elimina a necessidade de normalização radiométrica das imagens adquiridas em datas distintas. Dessa forma, as imagens de diferenças são produzidas a partir da subtração de componentes geradas a partir das imagens multiespectrais.

Nos últimos anos, os pesquisadores têm-se voltado para o uso de classificadores baseados em *kernels* (núcleos) em diversas áreas de aplicação como reconhecimento de faces, categorização de texto, previsão de séries temporais e reconhecimento de dígitos manuscritos com bons resultados.

Dentre esses classificadores, estão o *Support Vector Machines* (SVM), *Kernel* de Análise de Componentes Principais (KPCA), *Kernel* Discriminante de Fisher (KFD) e outros (Shaw-Taylor e Cristianini, 2004).

SVM constitui um método bem interessante para tratar o problema da classificação de imagens hiperespectrais uma vez que trabalha de forma bem eficiente com espaços de dimensões elevadas, assim como consegue lidar bem com amostras ruidosas de uma forma robusta e produz a função que define a fronteira de decisão a partir de um subconjunto de amostras de treinamento (Camps-Valls e Bruzzone, 2005).

Neste trabalho o problema da detecção de mudanças é abordado considerando que as distribuições para as classes mudança e não-mudança apresentam uma distribuição normal multivariada. A partir dessa suposição, o algoritmo *Expectation-Maximization* (EM) (Duda et al., 2001) é utilizado para estimar os parâmetros estatísticos destas distribuições e assim obter amostras de treinamento para a etapa posterior de classificação com o uso do classificador de SVM, empregando o *kernel* RBF e, a partir dos resultados dessa classificação, é obtida uma nova métrica de pertinência de *pixels*. Com a finalidade de avaliar esta metodologia foram realizados dois experimentos: um com amostras de teste pré-selecionadas, obtidas a partir do método CVA transladado (Angelo, 2014) e outro comparando os resultados obtidos neste trabalho com os de Zanotta e Haertel (2010) para a mesma imagem em estudo.

1. Metodologia de Trabalho

O processo de detecção de mudanças investigado neste trabalho consiste nas seguintes etapas: pré-processamento (onde as imagens são registradas e as imagens-fração são produzidas), análise dos dados (produção das imagens), estimação dos parâmetros da função densidade de probabilidade das classes via algoritmo EM, produção das amostras de treinamento e classificação com SVM e determinação da pertinência dos pixels a partir dos resultados da classificação (Angelo, 2014).

As imagens de diferenças são produzidas a partir da subtração das componentes vegetação e solo das imagens-fração geradas a partir das imagens multiespectrais (Haertel et al., 2004) e o método utilizado para estimar estas frações das componentes de mistura (*endmembers*) de cada pixel da imagem é o Modelo Linear de Mistura Espectral (MLME). (Shimabukuro e Smith, 1991).

Os valores encontrados pelo MLME devem representar da melhor forma possível as componentes (*endmembers*) para a imagem em questão. O resultado do fracionamento contará com um número de imagens igual ao número de componentes escolhidas para representar a região.

Nas imagens utilizadas em sensoriamento remoto é frequente o uso das componentes vegetação, solo e sombra/água. Contudo, neste trabalho foram utilizadas somente as componentes vegetação e solo, semelhantemente ao proposto em Zanotta e Haertel (2012).

A figura 1 mostra o espalhamento dos dados da imagem diferenças, considerando no eixo vertical as diferenças de fração solo e no horizontal as diferenças de fração vegetação.

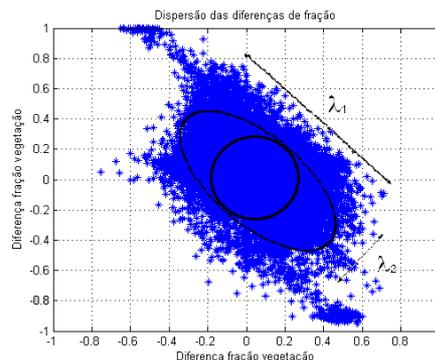


Figura 1 – Gráfico do espalhamento dos dados da imagem-diferença. Fonte: Adaptado de Zanotta (2010).

Analisando a figura 1, pode-se constatar a existência de uma correlação negativa entre a distribuição das diferenças de fração vegetação e solo.

Para essa imagem é esperado que os *pixels* que não sofreram alteração significativa entre as duas datas (classe não-mudança) ocupem uma região próxima ao centro do diagrama de dispersão (inserida no círculo da figura 1), enquanto *pixels* que sofreram alterações tendem a se deslocar para uma das duas extremidades do diagrama de dispersão dos dados, dependendo do tipo de mudança ocorrido nestes *pixels* (região de solo mudando para vegetação ou vice-versa). (Angelo, 2014).

Consideram-se aqui as classes ω_1 e ω_2 , respectivamente, como as classes mudança e não-mudança. Assim, M_1 , S_1 , $P(\omega_1)$, M_2 , S_2 , $P(\omega_2)$ representam os vetores de médias, matrizes de covariâncias e probabilidades a priori de cada classe. Para valores iniciais dos parâmetros no algoritmo EM, algumas considerações são necessárias e podem ser ilustradas por meio da figura 1.

A classe mudança apresenta uma distribuição normal bivariada, alongada na direção de maior dispersão, que é estimada pelo primeiro autovalor (λ_1). Assim, para valor inicial no EM propõe-se utilizar a matriz de covariância para a totalidade das amostras de diferenças nas frações. Já as amostras da classe não-mudança estão concentradas em torno da origem, apresentando uma pequena dispersão, causada pelos inevitáveis ruídos nos dados e alterações não significativas presentes nesta classe. Esta dispersão será estimada pela variância na direção ortogonal à de maior variação (direção do segundo autovetor com magnitude estimada pelo segundo autovalor - λ_2). A distribuição desta classe tende, portanto, a estar em uma região circular em torno da origem com um raio proporcional a λ_2 (Angelo, 2014).

Como geralmente o número de *pixels* apresentando pouca mudança ou nenhuma mudança é muito maior do que o número dos que apresentam sinais claros de mudança, os valores iniciais das probabilidades *a priori* das classes podem ser estimados inicialmente como sendo 0,1 para mudança e 0,9 para não-mudança.

Assim, as estimativas iniciais para cada classe que foram utilizadas no algoritmo EM para obtenção dos parâmetros das classes mudança e não mudança são dadas por :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, S_1 = \begin{bmatrix} \text{matriz de} \\ \text{covariância} \\ \text{da amostra total} \end{bmatrix}, P(\omega_1) = 0,1, M_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, S_2 = \begin{bmatrix} \lambda_2 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \text{ e } P(\omega_2) = 0,9 \quad (1)$$

Após a aplicação e a convergência do algoritmo EM para esses parâmetros iniciais, foram gerados os parâmetros estimados das distribuições de classe mudança e não mudança e a partir delas geradas as amostras de treinamento que serão utilizadas para treinar o classificador SVM.

O classificador SVM, utilizado neste trabalho, está baseado em Abe (2005), cujo problema pode ser expresso pelas equações (2) e (3).

$$\text{Maximizar: } \sum_{i=1}^M \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^M \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (2)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^M \alpha_i y_i = 0 \quad \text{e} \quad C \geq \alpha_i \geq 0 \quad \text{para } i=1, \dots, M \quad (3)$$

onde: α_i são multiplicadores de Lagrange, M é o número de amostras consideradas, $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ é a função de *kernel* e C é o parâmetro de margem ou constante de custo.

Neste trabalho foi utilizado o *kernel* RBF, descrito na equação (4).

$$K(x, x') = e^{-\gamma \|x-x'\|^2} \quad (4)$$

Os algoritmos utilizados para a implementação do classificador SVM foram desenvolvidos no *software* MATLAB. Para fins de treinamento do classificador utilizou-se amostras randômicas extraídas por meio da função *mvnrnd.m*, da biblioteca de funções do MATLAB, usando em cada caso os parâmetros estimados via EM da respectiva distribuição de classe. Os *pixels* de amostras após serem geradas por essa função são avaliados nas duas funções de distribuições de probabilidades para solo e vegetação, então, aquele pixel amostrado que apresentar a maior probabilidade de pertencer a uma das distribuições é rotulado na classe correspondente àquela distribuição. Procedendo dessa forma, pretende-se garantir, estatisticamente, que as amostras geradas aleatoriamente representem, de fato, as classes que representam.

Na sequência, o classificador SVM com *kernel* RBF é então treinado com estas amostras gerando uma função de decisão que será usada para a separação das classes. Finalmente, a partir dos resultados obtidos por essa função de decisão é obtida a métrica de estimação de pertinência de pixels as classes e que doravante será chamada de Delta b (Δb).

A métrica Δb é o vetor resultante da diferença entre o valor da função de decisão gerada pelo classificador SVM em um *pixel* qualquer da imagem e o valor da função de decisão da projeção deste ponto sobre o hiperplano de separação ótimo, segundo uma direção paralela a direção determinada pelo eixo correspondente à variável dependente da função de decisão, conforme ilustrado na Figura 2, a seguir. Maiores detalhes podem ser vistos em Angelo (2014).

A Figura 2 apresenta uma visão do plano x_1x_3 do espaço R^3 (espaço mapeado ou característico), onde é mostrado um *pixel* $\mathbf{x}_a=(x_1, x_2, x_3)$ que foi mapeado do espaço original (imagem diferença) para este espaço. Este ponto está inserido em um plano determinado pela função de decisão $D(\mathbf{x}_a)=b_a$ (plano em vermelho), onde b_a corresponde ao valor da função de decisão para o ponto \mathbf{x}_a . Este plano é paralelo ao plano de separação ótimo entre as classes mudança e não-mudança, o qual é caracterizado pela função de decisão $D(\mathbf{x})=0$ (plano em cinza). A projeção do ponto **a** paralelamente ao eixo x_3 sobre o plano de separação ótima determina o ponto $\mathbf{x}_{a'}$. A diferença entre os valores da função de decisão para estes pontos define o vetor Δb . O ângulo determinado entre este vetor e o vetor normal ao hiperplano de separação ótima (vetor \mathbf{w}) é β .

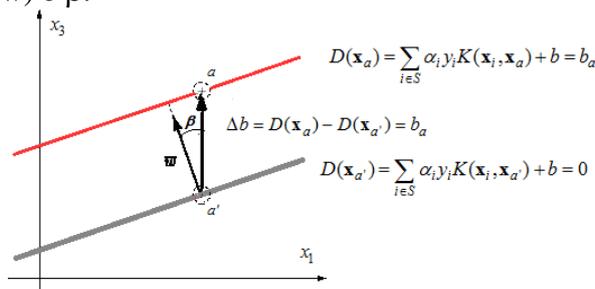


Figura 2 – Visualização da métrica de pertinência Δb .

Deve-se enfatizar que essa métrica não estima um valor percentual de mudança do *pixel* ao longo do tempo, nem mesmo tem um significado estatístico específico, mas estima o grau

de confiança com que um *pixel* pode ser rotulado em uma determinada classe. Levando-se em conta que existem apenas duas classes complementares em detecção de mudanças (mudança e não-mudança), pode-se usar apenas a pertinência sobre uma delas, no caso, aquela que se refere às classes mudança, pois é possível afirmar que um *pixel* tendo alta pertinência em uma das classes significa que ele tem baixa pertinência na outra e vice-versa. Sendo assim, essa métrica permitirá a estimativa da pertinência de um *pixel* classificado à classe mudança somente pelo valor de Δb . O valor de pertinência representado por $P_m(\mathbf{x})$ para a classe mudança será dado pela proporção entre o maior valor de Δb e o menor valor de Δb , conforme equação (5), a seguir:

$$P_m(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{\Delta b}{\max(\Delta b)}, & \text{se } \Delta b > 0 \\ 0.5, & \text{se } \Delta b = 0 \\ \left(1 - \frac{\Delta b}{\min(\Delta b)}\right), & \text{se } \Delta b < 0 \end{cases} \quad (5)$$

e a pertinência da classe não-mudança $P_{nm}(\mathbf{x})$ é dada pela equação (6):

$$P_{nm}(\mathbf{x}) = 1 - P_m(\mathbf{x}) \quad (6)$$

A partir das equações acima, percebe-se que o menor valor de Δb obtido após a classificação corresponderá a 0 (0% de pertinência à classe) e o maior valor de Δb corresponderá a 1 (100% de pertinência à classe), isto é, *pixels* com valores de Δb zero, ou próximos de zero, indicam pouca probabilidade de pertencerem à classe mudança e, portanto, possuem alta probabilidade de pertencerem à classe não-mudança. Analogamente, *pixels* com valor 1 ou próximos de 1 indicarão grande probabilidade de pertencerem à classe mudança e, portanto, baixa probabilidade de pertencerem à classe não-mudança,

Neste momento, é necessário afirmar que a determinação dessa métrica de pertinência é dependente da escolha do *kernel* utilizado e dos parâmetros a ele atribuídos durante o processo de classificação com SVM.

3. Resultados e Discussão

Para os experimentos foram consideradas duas imagens Landsat 5-TM cobrindo a mesma área, localizada no estado de Roraima conforme ilustrado na Figura 3. A imagem da primeira data foi adquirida em outubro de 1991 e a imagem da segunda data em abril de 1994. Nos experimentos foram consideradas apenas as frações resultantes para vegetação e solo. As imagens utilizadas possuem 390.625 *pixels* distribuídos em um quadrado de 625 por 625 *pixels*.

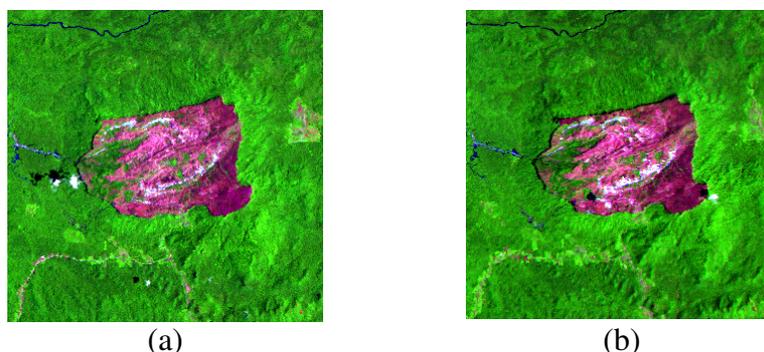


Figura 3 – (a) Imagem de Data 1, composição em falsa cor 5(R), 4(G), 3(B). (b) Imagem de Data 2, composição em falsa cor 5(R), 4(G), 3(B).

Para a avaliação da acurácia dos resultados neste trabalho foram utilizados dois procedimentos:

- a) Análise quantitativa, realizada por meio da produção de um conjunto de amostras de teste controladas usando a técnica de *Change Vector Analysis* adaptada (CVA). (Angelo, 2014).

b) Análise qualitativa e quantitativa, realizada por meio da construção de um mapa de pertinência para toda a imagem.

Para a avaliação quantitativa foi utilizado um conjunto de amostras de teste coletadas aleatoriamente da imagem-diferença de fração com o uso do módulo do vetor de mudança preconizado na técnica CVA, porém em vez de considerar a origem dos vetores mudança em (0,0) foi considerada a origem dos vetores transladada para a média da classe não-mudança. As amostras de teste foram tomadas dessa forma em virtude de não se ter disponíveis dados com a verdade terrestre para a imagem em estudo. A técnica CVA transladado (Angelo, 2014) irá gerar para cada *pixel* da imagem, um vetor tendo por origem os dados do *pixel* da imagem tomado na data 1, e como extremidade desse vetor, os dados do mesmo *pixel* tomado na data 2 ambos considerando como origem do sistema de vetores a média da classe não mudança. A utilização desta técnica permitirá uma estimativa confiável da mudança nos *pixels* amostrados, ou seja, *pixels* apresentando módulo CVA transladado com valores superiores a 0,3 e menores que 0,6 corresponderão a *pixels* que apresentaram alguma mudança significativa ao longo do período. Os valores de módulo acima de 0,6 foram desconsiderados para que não sejam utilizadas amostras correspondentes a sombra e nuvens, que certamente correspondem a mudança, mas não representam as componentes solo e vegetação. *Pixels* com Módulo CVA transladado menores que 0,1 são aqueles que não apresentaram mudança significativa ao longo do período. A escolha desses intervalos visa garantir que as amostras de teste sejam representativas de suas respectivas classes.

Dessa forma, com o uso do módulo CVA transladado, foram coletados 900 pixels de amostra para cada classe, de forma aleatória e uniforme ao longo da imagem de diferença, garantindo amostras com abrangência em toda a imagem e sem qualquer tendência na sua escolha. As amostras assim coletadas devem ser utilizadas para comprovar, estatisticamente, a eficiência do método de determinação de pertinência.

A tabela 1, a seguir mostra, na ordem, o melhor e pior resultado para cada conjunto de amostra de treinamento utilizada no classificador SVM com *kernel* RBF para as seguintes variáveis: a média do valor de pertinência, o desvio padrão das pertinências e, finalmente, o percentual de *pixels* classificados corretamente nas classes mudança e não-mudança.

Tabela 1 – Avaliação da pertinência na amostra de teste gerada a partir do Módulo CVA com centro transladado e usando *kernel* RBF para classe mudança e não mudança.

Número de amostras de treinamento para o classificador	Coefficiente do <i>kernel</i> (γ)	Valor médio de pertinência na classe mudança (%)	Desvio padrão de pertinência na classe mudança (%)	Percentual de <i>pixels</i> classificados com pertinência acima de 50% na classe mudança	Valor médio de pertinência na classe não mudança (%)	Valor médio de pertinência na classe não mudança (%)	Percentual de <i>pixels</i> classificados com pertinência acima de 50% na classe não mudança
200	1	65,96	9,36	100,00	87,70	87,70	100,00
200	2	65,58	9,50	100,00	74,31	74,31	87,56
300	1	67,67	10,33	100,00	90,00	90,00	100,00
300	95	69,43	9,63	100,00	84,55	84,55	99,67

A partir dos resultados apresentados na tabela acima para as pertinências obtidas com o *kernel* RBF percebe-se que com os parâmetros adequados, os pixels da amostra de teste foram corretamente classificados segundo a pertinência informada pela métrica Δb , apresentando acerto mínimo acima de 87% dos *pixels*, no pior caso. Assim, os resultados, em geral, mostram que a métrica proposta consegue classificar adequadamente os *pixels* da amostra de teste nas classes mudança e não-mudança, segundo as distribuições teorizadas para elas. Com base nos bons resultados de pertinência obtidos com a amostra de teste, pode-se afirmar que a métrica de pertinência Δb é eficiente.

Para o segundo experimento foi feita uma análise qualitativa e quantitativa da imagem em estudo, utilizando 200 e 300 amostras de treinamento para cada classe e para o parâmetro γ os valores de 5, 10, 80, 85, 90, 95 e 100, onde os resultados foram comparados aos obtidos em Zanotta (2010). Essa comparação visa corroborar a qualidade da métrica proposta em relação a outra já aceita na literatura, devido a falta de dados da verdade terrestre da imagem em uso.

A Figura 4, a seguir apresenta em a) o mapa de pertinência para a metodologia proposta usando o *kernel* RBF com 300 amostras de treinamento e $\gamma=90$ e em b) o mapa de diferença entre as pertinências da metodologia proposta e da utilizada em Zanotta (2010).

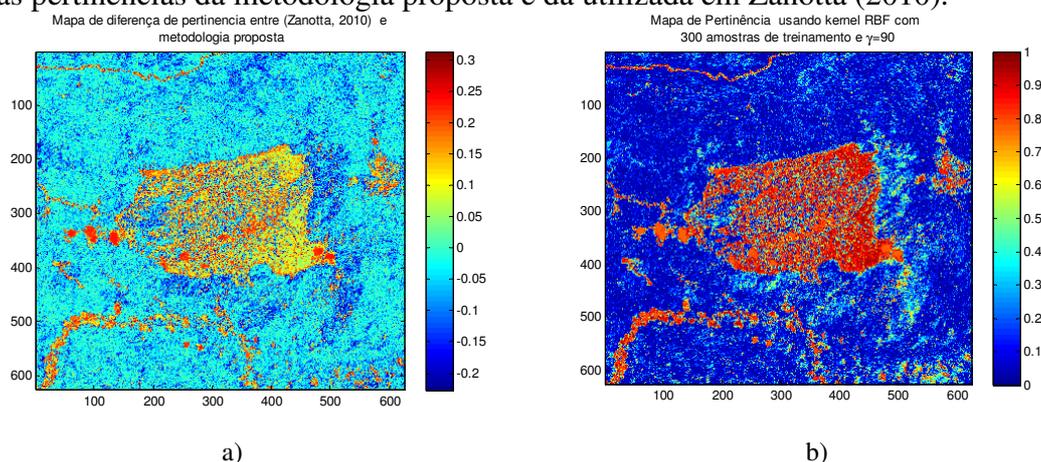


Figura 4 –a) Mapa de diferença de pertinência entre Zanotta (2010) e metodologia proposta.

b) Mapa de Pertinência usando *kernel* RBF 300 amostras de treinamento e $\gamma=90$

Uma análise qualitativa por meio de uma inspeção visual sobre o mapa da Figura 4a) mostra que o mapa de pertinência gerado pela metodologia proposta e o obtido em Zanotta (2010) são muito semelhantes, uma vez que, a diferença entre essas pertinências na maioria dos *pixels* oscila entre -0.15 e 0.15. Na figura 4b) é apresentada o mapa de pertinência de *pixels* usando SVM com *kernel* RBF para 300 amostras de treinamento e $\gamma=90$, o qual apresenta a melhor correlação entre os valores de pertinência nas duas metodologias. Isto é, o valor do coeficiente de correlação R de Person calculado entre esses mapas, apresenta um valor expressivo ($R=0,9728$) o que caracteriza uma correlação altamente significativa entre eles. Além disso, a média das diferenças entre pertinências dos mapas é próxima de -0,0176, com desvio padrão de aproximadamente 0,092. Também se constatou que o de R calculado ao longo de todos os testes deste experimento para vários tamanhos de amostra e valores γ , exceto para o teste com 200 amostras de treinamento e $\gamma=5$ (com $R=0,66$), os demais testes apresentaram coeficiente R superior a 0,80. Assim, exceto por um teste, todos os demais apresentam uma correlação muito significativa entre os mapas de pertinência.

Dessa forma, a medidas de pertinência de *pixels* proposta neste trabalho é altamente correlacionada à medida de pertinência apresentada em Zanotta (2010).

4. Conclusões

Os experimentos desenvolvidos neste trabalho mostram a adequação da metodologia proposta, produzindo resultados bastante aceitáveis na detecção de alterações na cobertura do solo. Em particular, no experimento envolvendo todos os *pixels* da imagem em estudo, os resultados de pertinência de *pixels* obtidos neste trabalho são semelhantes aos obtidos em Zanotta (2010).

Entretanto, apesar destes bons resultados é importante salientar, que o método proposto visa à detecção de mudanças em ambientes onde prevaleçam as componentes vegetação e solo. Sendo assim, não é possível afirmar que esta metodologia, ao ser aplicada a imagens com diferentes componentes, apresente resultados semelhantes ao obtidos neste trabalho.

Contudo, como os resultados alcançados são compatíveis com os de Zanotta (2010) e eles foram obtidos com poucas amostras de treinamento, uma das características do classificador de SVM, espera-se que essa métrica de pertinência possa ser aplicada na detecção de mudança em imagens multitemporais, tanto multiespectrais, como hiperespectrais em sensoriamento remoto. Em particular, nesta última, com melhores resultados, uma vez que, o classificador SVM não é afetado pelo fenômeno de Hughes, ao contrário dos classificadores paramétricos como o que foi utilizado em Zanotta (2010).

Agradecimento:

Os autores gostariam de agradecer ao professor Vitor Haertel (in memoriam) pelo papel fundamental que exerceu em suas trajetórias acadêmicas.

Referências Bibliográficas

- Abe, S. **Support Vector Machines for Pattern Classifications**. Kobe, Japão: Ed. Springer, 2005. 343 p.
- Angelo, N. P. **Uma Abordagem para a Detecção de Mudanças em Imagens Multitemporais de Sensoriamento Remoto Empregando Support Vector Machines com uma Nova Métrica de Pertinência**. 2014. 125p. Tese (Doutorado em Sensoriamento Remoto) – UFRGS, Porto Alegre, 2014.
- Bosc, M., Heitz, F., Armspach, J. P., Namer, I., Gounot, D., Rumbach, L. Automatic change detection in multimodal serial MRI: Application to multiple sclerosis lesion evolution, **Neuroimage**, v.20, n.4,p. 643–656, 2003.
- Bruzzone, L., Cossu, R., Vernazza, G. Detection of Land-cover Transitions by Combining Multidate Classifiers. **Pattern Recogniton Letters**, v.25, n.13, p. 1491–1500, 2004.
- Camps-Valls, G. Bruzzone, L. Kernel-Based Methods for Hyperspectral Image Classification. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v.43, n.6, p. 1351 - 1362, 2005.
- Duda, R. O., Hart, P. E., Stork, D. G.. **Pattern Classification**. 2nd edition, New York: John Wiley & Sons. 2001. p. 680
- Haertel, V., Shimabukuro, Y. E., Almeida Filho, R. Fraction Images in Multitemporal Change Detection. **International Journal of Remote Sensing**, v.10, n.23, p. 5473-5489, 2004.
- Shawe-Taylor, J. Cristianini, N. **Kernel Methods for Pattern Analysis**. Cambridge University Press, UK. 2004. p. 477.
- Shimabukuro, Y. E., And Smith, J. A. The least-squares mixing models to generate fraction images derived from remote sensing multispectral data. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v.29, n.1, p. 16-20, 1991.
- Xiaogang Wang, Meng Wang, Wei Li. Scene-Specific Pedestrian Detection for Static Video Surveillance. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v.36, n.2, p. 361–374, 2014.
- Zanotta, D. **Uma Abordagem Fuzzy na Detecção Automática de Mudanças do uso do Solo Usando Imagens de Fração e Informações de Contexto Espacial**. 2010. 87p. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – UFRGS, Porto Alegre, 2010.
- Zanotta, D., Haertel, V. Gradual Land Cover Change Detection based on Multitemporal Fraction Images. **Pattern Recognition**, v.45, n.1, p. 2927-2937, 2012.