

## Modelagem espacial por técnicas fuzzy para obtenção de cenários de aptidão utilizando dados de elevação e de teor de argila do solo

Carlos Alberto Felgueiras<sup>1</sup>  
Jussara de Oliveira Ortiz<sup>2</sup>  
Eduardo Celso Gerbi Camargo<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Caixa Postal 515 - 12227-010 - São José dos Campos - SP, Brasil  
{carlos, jussara, eduardo}@dpi.inpe.br

**Abstract.** This article aims to explore a spatial methodology for production of suitability maps based on transformation and operation fuzzy techniques. The article shows how to transform the original values of the input variables into fuzzy information appropriate to be used for fuzzy operations. The gamma fuzzy operation is used to implement the spatial modeling which allows obtaining different resulting scenarios depending on the chosen gamma factor value. A case study is presented where suitability maps are created from sample points representing elevation values and clay soil contents, or percentages. Predictions using geostatistical methods, kriging and simulation, are applied to the samples to create maps of elevations and clay soil contents. The elevation map is used to automatically derive the slope map of the geographic region of interest. General linear transformations are applied to the maps of slope and clay soil contents to obtain the fuzzy information used as input for the gamma fuzzy function. The resulting scenarios are presented and analyzed in accordance with the risks that decision-makers are willing to accept for a considered spatial application.

**Palavras-chave:** geoprocessamento, modelagem espacial, técnicas fuzzy, geoestatística, mapas de aptidão.

### 1. Introdução

A modelagem espacial em Sistemas de Informações Geográficas (SIGs) possibilita a geração de representações de fenômenos ambientais, a partir de dados georreferenciados, que se transformam em importantes informações para tomadas de decisão.

Nos processos de modelagem ambiental que envolvem aptidão agrícola e fertilidade do solo, por exemplo, propriedades químicas podem ser analisadas, especializadas e integradas em ambientes de (SIGs) (Wasiullah and Bhatti, 2005, Ortiz et al., 2007). Mapas de aptidão para assentamentos urbanos ou rurais (Dong et al., 2008), para determinação de áreas industriais (Barthrellos et al., 2012), para definição de depósitos de resíduos (Oliveira et al., 2016), entre outros, são frequentemente gerados para subsidiar planos diretores de municípios e de estados. Também é comum a obtenção de mapas com regiões de aptidão, em diversos níveis, para fins de prospecções minerais (Porwal et al., 2003). Mapas de riscos ambientais podem ser incluídos na classe de mapas de aptidão, e são utilizados para estudar e mitigar efeitos nocivos relacionados com os fenômenos geográficos. Entre estes podem se citar riscos a enchentes (Sarhad et al., 2012), a deslizamentos (Castellano Abella and van Westen, 2007), a doenças (Louis et al., 2014), entre outros.

Muitas são as variáveis importantes, tais como pluviometria, declividade, tipos de solo, textura ou teor de argila no solo, temperatura, etc., quando se objetiva mapeamentos para geração de cenários de aptidão a partir de modelagem espacial. No caso de aptidão agrícola, por exemplo, os teores de argila e de matéria orgânica do solo tem enorme importância na dosagem correta dos herbicidas porque estão diretamente ligados ao grau de umidade e a absorção desse produto químico. Não só a classificação do solo depende diretamente do teor de argila ao longo do perfil, mas também o manejo de solo. Na classificação do solo no nível hierárquico de ordem examina-se o gradiente de textura como um dos itens principais; e o manejo do solo (doses de fertilizantes, corretivos e herbicidas) depende do grau de compactação, da disponibilidade de água e da capacidade de troca de cátions da fração argila.

(Prado, 2016). Devido a importância dos solos, a Embrapa Solos apresenta uma descrição dos solos mais adequados para plantio e, no caso da cultura do arroz os solos argilosos ou muito argilosos, com boa capacidade de retenção de água são mais adequados. Portanto, os mapas de aptidão são de grande importância para auxiliar no planejamento estratégico tanto na produtividade da região como para análise e indicação de áreas propícias aos diversos usos da terra e tratos culturais. Antes porém de um diagnóstico adequado é necessário um levantamento das informações que irão compor a aptidão.

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é explorar o potencial de transformações e de operações fuzzy, principalmente do operador Gamma Fuzzy, para geração de mapas de aptidão numa abordagem geral. Para avaliar a metodologia desenvolvida neste trabalho, um estudo de caso foi explorado com o uso de dados de elevação e de teor de argila solo. Esses dados foram interpolados por métodos geoestatísticos para obtenção de representação dos mesmos como mapas de grades regulares. A grade de elevação permitiu a obtenção automática de informação de declividade da região de interesse. Transformações fuzzy sobre as grades geraram mapas de elevação e de teor de argila com valores entre 0 e 1. O operador Gamma Fuzzy foi então aplicado a esses mapas para se obter cenários de aptidão que foram analisados a posteriori.

## 2. Conceitos Básicos e Metodologia de Trabalho

### 2.1 Modelagem de declividade a partir de amostras de elevação

A partir de um conjunto de pontos amostrais de altimetria, pode-se estimar valores em localizações espaciais de grades regulares retangulares, Modelos Digitais de Elevação (MDE), por procedimentos geoestatísticos de estimação conhecidos como krigeagem. A krigeagem é um estimador não tendencioso baseado na minimização da variância dos erros de estimação Isaaks and Srivastava (1989).

Informações de declividade podem ser extraídas automaticamente de um MDE, a partir do modelo proposto por Burrough, 1998. Os valores de declividade  $D$  de cada ponto da grade podem ser estimados, em graus, sobre os valores da grade  $Z_{ij}$  a partir do cálculo do vetor gradiente  $[dZ/dx, dZ/dy]$ , nas direções  $x$  e  $y$ , segundo as seguintes formulações:

$$[dZ/dx]_{i,j} = [(Z_{i+1,j+1} + 2*Z_{i+1,j} + Z_{i+1,j-1}) - (Z_{i-1,j+1} + 2*Z_{i-1,j} + Z_{i-1,j-1})]/8*dx \quad (1)$$

$$[dZ/dy]_{i,j} = [(Z_{i+1,j+1} + 2*Z_{i,j+1} + Z_{i-1,j+1}) - (Z_{i+1,j-1} + 2*Z_{i,j-1} + Z_{i-1,j-1})]/8*dy \quad (2)$$

$$D = \arctg \{ [(dZ/dx)^2 + (dZ/dy)^2]^{1/2} \} \quad (3)$$

### 2.2 Modelagem geoestatística de dados de teor de argila de solo

Como no caso de amostras de altimetria, é possível se obter representações espaciais matriciais, grades regulares, a partir de amostras pontuais de teor de argila de solo utilizando procedimentos geoestatísticos. Além de estimativas locais nos pontos da grade regular, os procedimentos de simulação estocástica da geoestatística possibilitam obter realizações equiprováveis dos valores do atributo teor de argila. Essas realizações podem ser utilizadas como dados de entradas em modelagens espaciais, segundo um procedimento de simulação de Monte Carlo, ou podem servir para estimativas de parâmetros estatísticos da distribuição de probabilidade que elas representam. Neste trabalho obtiveram-se as estimativas de teor de argila de solo resultantes de realizações dos procedimentos geoestatísticos de simulação.

### 2.3 Modelagem espacial por procedimentos Fuzzy

Introduzida por Lofti Zadeh (1965), como um meio de modelar incertezas da linguagem natural. Fuzzy Logic é uma extensão da lógica Booleana, que permite representar o

conceito de “verdade parcial”, isto é, valores compreendidos entre “completamente verdadeiro” e “completamente falso” Druck et al. (2004).

Um conjunto Fuzzy ( $S$ ) é definido matematicamente como:  $Z: S = (z, f(z))$  onde:  $Z$  é referido como o “universo de discurso” para o subconjunto Fuzzy  $S$ ;  $S$  é o conjunto Fuzzy em  $Z$ , expresso pelos pares ordenados  $[z, f(z)]$ ;  $z \in Z$ , é um elemento do conjunto  $Z$ ;  $f(z)$  é uma função de pertinência que mapeia  $z$  em  $S$ , variando de 0 a 1.

No intervalo de representação fuzzy da variável, o valor zero (0) é usado para representar a condição de Falsidade enquanto que o valor um (1) é usado para representar a condição de Verdade. Valores intermediários, entre 0 e 1, se referem a diferentes graus crescentes entre condições totais falsas e de verdade.

Em modelagens espaciais usando conjuntos fuzzy torna-se necessário transformar as variáveis de entrada do modelo em variáveis fuzzy. Isto é realizado por funções de transformações fuzzy. Além disso, a integração das variáveis fuzzy de entrada para obtenção dos resultados da modelagem espacial são realizadas por operadores fuzzy. As transformações e as operações fuzzy são abordadas a seguir.

### 2.3.1 Funções de Transformações Fuzzy

Diferentes funções de transformações, ou de pertinência, fuzzy podem ser utilizadas dependendo do tipo de variável e de modelagem espacial consideradas. Essas funções determinam a forma como uma variável  $Z$  contínua é mapeada para valores de uma variável  $Y$  fuzzy com valores entre  $y_a=0$  e  $y_b=1$ . A Figura 1 ilustra funções de pertinências, lineares e lineares por intervalos, para diferentes valores da variável  $Z$  de entrada.

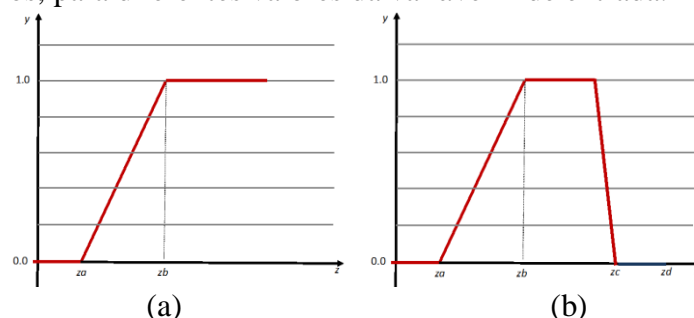


Figura 1. Funções de pertinência Fuzzy: (a) linear, (b) linear por intervalo

As equações 4 e 5 representam matematicamente as componentes de derivadas positivas e negativas, respectivamente, que permitem definir as funções de pertinência mostradas na Figura 1. No caso geral as transições lineares são representadas por  $y = f(z) = m*(z-za)+ya$  onde  $m = (yb-ya)/(zb-za)$ . Quando a transição tem uma derivada positiva, temos o caso em que  $ya=0$  e  $yb=1$ . A equação 4 representa essa condição.

$$f(z) = \begin{cases} 0, & \text{se } z \leq za \\ (z - za)/(zb - za), & \text{se } za < z < zb \\ 1, & \text{se } z \geq zb \end{cases} \quad (4)$$

Quando a transição tem uma derivada negativa, temos o caso em que  $yc=ya=1$  e  $yd=yb=0$ . A equação 5 representa essa condição.

$$f(z) = \begin{cases} 1, & \text{se } z \leq zc \\ -(z - zc)/(zd - zc) + 1, & \text{se } zc < z < zd \\ 0, & \text{se } z \geq zd \end{cases} \quad (5)$$

Outros tipos de funções fuzzy podem ser utilizados como, por exemplo, a função quadrática que pode representar transições de 0 para 1 segundo a equação 6:

$$f(z) = 1/(1+k(z-zb)^2); \quad \text{para } za < z < zb \quad \text{onde } k \text{ depende dos valores de } za \text{ e } zb \quad (6)$$

### 2.3.2 Operadores Fuzzy

Em *modelagem espacial fuzzy* as operações entre os dados dos mapas espaciais, em geral grades regulares de valores numéricos, são realizadas segundo operadores fuzzy. Dado um conjunto Fuzzy  $Y$  com  $n$  valores  $\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\}$ , pode-se aplicar os seguintes operadores fuzzy sobre seus elementos:

- Operador **And**, ou intersecção lógica: esta função produz um valor fuzzy resultante  $y_r$  que é igual ao valor mínimo (**Min**) dos  $n$  valores de entrada:

$$y_r = \text{Min}\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\} \quad (7)$$

- Operador Or, ou união lógica: esta função produz um valor fuzzy resultante  $y_r$  que é igual ao valor máximo (**Max**) dos  $n$  valores de entrada:

$$y_r = \text{Max}\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\} \quad (8)$$

- Operador **ProdA**, ou produto lógico: esta função produz um valor fuzzy resultante  $y_r$  que é igual ao valor do produto (**II**) dos  $n$  valores de entrada:

$$y_r = \text{II}\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\} \quad (9)$$

O produto algébrico produz sempre um valor de saída que é maior do que os de entrada, onde pode-se considerar que é um operador que gera cenários mais pessimistas.

- Operador **SomaA**, ou soma lógica: esta função produz um valor fuzzy resultante  $y_r$  que é igual ao valor de 1 menos o produto (**II**) de 1-os valores de entrada:

$$y_r = 1 - \text{II}\{1-y_1, 1-y_2, 1-y_3, \dots, 1-y_n\} \quad (10)$$

A soma algébrica produz sempre um valor de saída que é maior do que os de entrada, onde pode-se considerar que é um operador que gera cenários mais otimistas.

- Operador **Gamma**: esta função produz um valor fuzzy resultante  $y_r$  que é igual ao valor do produto da soma algébrica, elevada ao fator gamma  $g$  ( $0 \leq g \leq 1$ ), pelo produto algébrico, elevado a  $1-g$ , dos  $n$  valores de entrada:

$$y_r = (\text{SomaA})^g * (\text{ProdA})^{(1-g)} \quad (11)$$

O fator gama do operador Gamma possibilita a geração de cenários distintos pois ele valoriza diferentemente as operações soma algébrica e produto algébrico sobre os elementos de entrada. Valores do fator gama superiores a .5 produzem cenários finais mais otimistas, enquanto que valores inferiores a .5 produzem cenários finais mais pessimistas. Assim, vários valores de  $g$  podem ser usados na criação de diferentes cenários de saída, que devem ser avaliados pelos tomadores de decisão segundo os riscos admitidos na aplicação em estudo.

### 2.3 Metodologia de trabalho

A metodologia deste trabalho segue as etapas apresentadas na sequência abaixo:

1. Montar uma base de dados geográficos com as informações de elevação e de teor de argila do solo de uma região espacial de interesse;
2. Estimar valores de uma grade retangular, um DEM, a partir do conjunto amostral de pontos de elevação;
3. Gerar uma grade regular de declividade a partir do DEM estimado;
4. Aplicar transformação fuzzy, para valores entre 0 e 1, nos dados de declividade;
5. Estimar valores de uma grade regular a partir dos dados amostrais pontuais de teor de argila do solo;
6. Aplicar transformação fuzzy, para valores entre 0 e 1, nos dados de teor de argila;
7. Gerar mapas de aptidão para diferentes valores de  $g$  do operador Gama aplicados sobre os dados fuzzy de declividade e de teor de argila;
8. Apresentar e analisar os diferentes cenários de aptidão obtidos.

### 3. Resultados e Discussões

#### Estudo de Caso: Mapa de Aptidão

Para ilustrar a metodologia acima, um estudo de caso foi desenvolvido neste trabalho considerando-se que um, ou mais, mapas de aptidão serão gerados a partir de conjuntos de

amostras pontuais de variáveis consideradas importantes para a aplicação desejada. As amostras foram obtidas por trabalhos de campo realizados numa fazenda experimental da Empresa Brasileira de Agropecuária, EMBRAPA. A fazenda situa-se na região de Canchim, no município de São Carlos, no estado de São Paulo, Brasil e cobre a área de 2660 ha entre as latitudes s 21°55'00'' e s 21°59'00'' e longitudes w 47°48'00'' e w 41°52'00''.

O mapa de aptidão dessa região foi gerado considerando-se um modelo espacial simples que integra as variáveis declividade e teor de argila da região de Canchim. O modelo espacial foi aplicado seguindo modelagem com operadores fuzzy. Neste trabalho não se determinou uma aplicação de aptidão específica. Objetivou-se experimentar a metodologia a partir das hipóteses iniciais para intervalos, ou variações, das variáveis de entrada. Esses intervalos podem ser alterados pelos usuários de acordo com a cultura escolhida. Neste experimento trabalhou-se com as hipóteses de que valores altos de aptidão são obtidos para declividades mais baixas e teores de argila entre os valores 40% e 50%.

### Estimativas das grades regulares de altimetria e de declividade

Na Figura 2, apresentam-se os limites da região de Canchim com a distribuição espacial das amostras de elevação, no mapa da esquerda, e respectiva grade de elevações no mapa da direita. A grade de altimetria foi estimada por procedimento geoestatístico de krigeagem por indicação a partir do conjunto amostral da Figura 2(a).

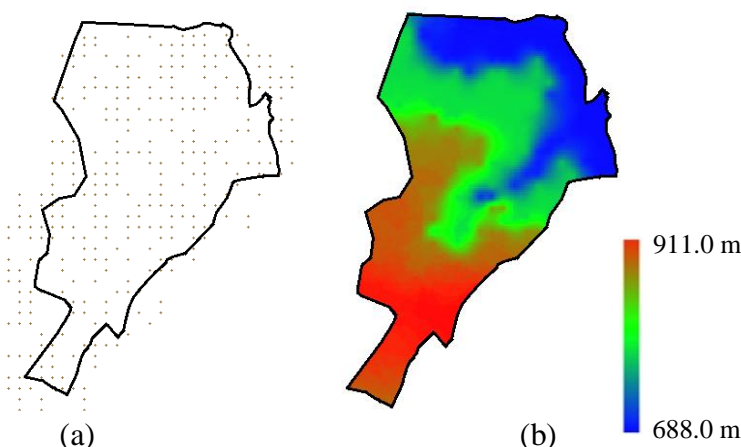


Figura 2. Dados de Altimetria da região de Canchim: (a) Distribuição espacial e (b) Modelo Digital de Elevação estimado por krigeagem por indicação.

O mapa de declividades, em graus, da região está ilustrado na Figura 3 e foi obtido pelo método descrito na seção 2.1 aplicado sobre a grade de elevação da Figura 2(b).

### Estimativas da grade regular de teor de argila

Utilizando-se do procedimento geoestatístico de simulação (Druck et al., 2004) estimou-se o mapa de teor de argila a partir de um conjunto amostral desse atributo. A Figura 4(a) mostra a distribuição espacial das amostras enquanto que a Figura 4(b) apresenta o mapa estimado do teor de argila, em %, da região de Canchim.

### Transformação fuzzy dos dados de entrada

Neste estudo de caso considerou-se que regiões de declividade mais baixas são mais propícias para a aptidão considerada e também que os valores declividade fuzzy variam linearmente de 1 a 0 segundo seus limiares 0° a 24.85°. Outra suposição foi que o teor de argila ideal para a aptidão escolhida está no intervalo de 40% a 50%, de 30% a 40% os valores de importância aumentam linearmente de 0 a 1 e de 50% a 65% decrescem

linearmente de 1 a 0. As transformações fuzzy a seguir foram obtidas segundo os conceitos apresentados na seção 2.3.1 deste artigo.

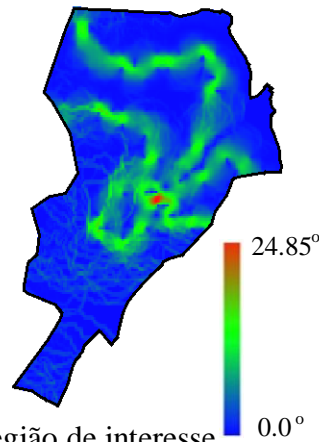


Figura 3. Mapa de declividade da região de interesse

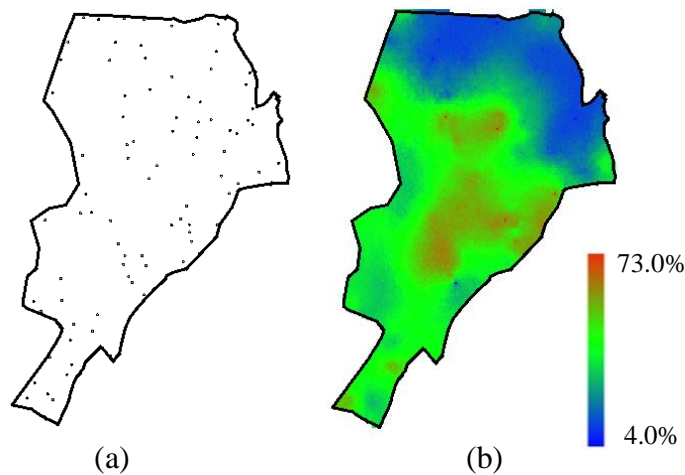


Figura 4. Dados de Teor de Argila da região de Canchim: (a) Distribuição espacial e (b) Modelo Digital estimado por simulação

Assim, os dados de declividade,  $z$ , foram transformados para valores fuzzy,  $y$ , segundo a transformação geral descrita na equação 12, e baseada na Equação 5, considerando-se os valores de  $z_c=0$  e  $z_d=24.85$ , valores mínimo e máximo da grade de declividade.

$$f(z) = \begin{cases} 1, & \text{se } z \leq 0 \\ -(z)/(24.85) + 1, & \text{se } 0 < z < 24.85 \\ 0, & \text{se } z \geq 24.85 \end{cases} \quad (12)$$

Os dados de teor de argila,  $z$ , foram transformados para valores fuzzy,  $y$ , segundo transformação geral descrita na equação 13, e baseada nas Equações 4 e 5, considerando-se os valores de  $z_a=30$ ,  $z_b=40$ ,  $z_c=50$  e  $z_d=65$ , valores intermediários da grade de teor de argila.

$$f(z) = \begin{cases} 0, & \text{se } z \leq 30 \\ (z - 30)/10, & \text{se } 30 < z < 40 \\ 1, & \text{se } 40 < z < 50 \\ -(z - 50)/15 + 1, & \text{se } 50 < z < 65 \\ 0, & \text{se } z \geq 65 \end{cases} \quad (13)$$

Os mapas fuzzy de declividade e de teor de argila são apresentados na Figura 5.

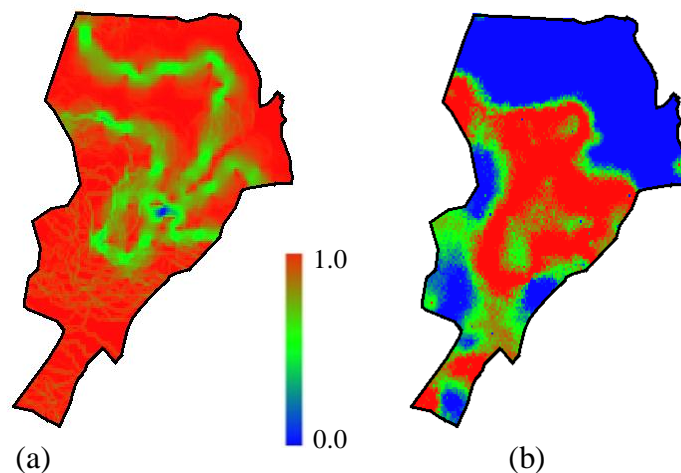


Figura 5. Mapas fuzzy de (a) declividade e (b) de teor de argila segundo as transformações das equações 12 e 13 respectivamente.

### Cenários de aptidão obtidos a partir do operador Gama

Para implementação das transformações fuzzy e do operador gama foi escrito um programa em linguagem de análise espacial LEGAL do SPRING (Camara et al., 1996).

Geraram-se vários cenários, mais pessimistas até mais otimistas, que devem ser considerados pelos tomadores de decisões de acordo com riscos aceitos, poder financeiro, etc... A figura 6 apresenta-se 3 cenários distintos de mapas de aptidão obtidos pelo operador Gama com fatores de gama .3, .5 e .7.

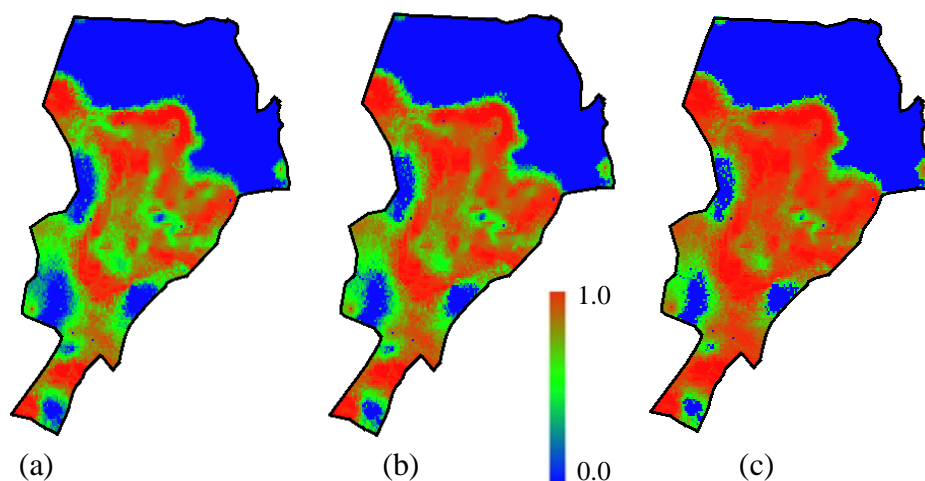


Figura 6. Mapas fuzzy de aptidão por função Gamma com gamma: (a) 0.3, (b) 0.5 e (c) 0.7

Nos mapas da Figura 6, observa-se que, diferentemente de modelos booleanos, a modelagem fuzzy fornece como resultados superfícies contínuas que permitem obter representações mais próximas ao que ocorre com dados ambientais para mapas de aptidão.

Verifica-se, ainda, que as regiões mais vermelhas dos mapas da Figura 6 representam áreas de maior probabilidade, ou mais favoráveis, de se ter sucesso na implementação da aplicação de aptidão segundo o modelo espacial adotado. Observa-se que a medida que o fator gama aumenta, de 0 para 1, obtém-se respostas mais otimistas para a aptidão, isto é, a área total das regiões mais vermelhas aumenta. Isso significa que uma área maior está sendo considerada como apta para a modelagem espacial em questão.

Para se descobrir o fator gama mais apropriado para a aplicação pode-se usar procedimentos de validação com um conjunto amostral de aptidões da região de interesse. As

validações fornecem informações de acurácia para diferentes valores do fator gamma. Neste trabalho não se realizaram validações por falta das referidas amostras.

#### 4. Conclusões

Este artigo apresentou uma metodologia para implementação de modelagem espacial contínua baseada em transformações e operadores fuzzy.

Para efeito de exploração da metodologia foram utilizadas apenas 2 variáveis de entrada na geração de um mapa genérico de aptidão. Porém a metodologia apresentada permite que mais variáveis sejam incluídas na modelagem espacial considerando-se diferentes intervalos fuzzy para as variáveis. Variáveis categorizadas também podem ser incluídas com o uso de ponderadores fuzzy, variando de 0 a 1, aplicados em cada classe de interesse do modelo.

A vantagem de se utilizar técnicas fuzzy é obter mapas contínuos que representam melhor as transições de variáveis ambientais e informações de aptidões de regiões geográficas. Esses mapas numéricos podem ser classificados por intervalos fuzzy para delimitação de áreas de interesse segundo as incertezas fuzzy. Os tomadores de decisão podem usar os conceitos de incertezas da modelagem fuzzy para tomadas de decisões baseadas em diferentes cenários e níveis de riscos suportados pelo investidor interessado numa determinada aplicação.

No futuro pretende-se explorar essa metodologia para outros tipos de modelos espaciais, modelagem aritmética por exemplo, com transformações e operadores fuzzy.

#### Referências Bibliográficas

- Bathrellos, G.D., Gaki-Papanastassiou, K., Skilodimou, H.D. Potential suitability for urban planning and industry development using natural hazard maps and geological–geomorphological parameters. **Environmental Earth Science**, v. 66, p. 537, 2012.
- Burrough, P. A. and McDonnell, R. A. **Principles of Geographical Information Systems**. Oxford, New York: Oxford University Press. 1998.
- Camara G., Souza, RCM, Freitas UM and Garrido J. SPRING, Integrating Remote Sensing and GIS by object-oriented data modeling. **Computer & Graphics**, v. 20, n. 17, p. 395-403, 1996.
- Castellanos Abella, E. A., van Westen C. J. Generation of a landslide risk index map for Cuba using spatial multi-criteria evaluation. **Landslides**, v. 4, n. 4, p. 311–325, 2007.
- Dong, J.; Zhuang, D.; Xu, X.; Ying, L. Integrated evaluation of urban development suitability based on remote sensing and GIS techniques—a case study in Jingjinji Area. **China Sensors** v. 8, p.5975–5986, 2008.
- Druck, S.; Carvalho, M.S.; Câmara, G.; Monteiro, A.V.M. (eds). **Análise Espacial de Dados Geográficos**. Brasília, EMBRAPA, 2004.
- Isaaks, E. H; Srivastava, R.M. **An introduction to applied geostatistics**. New York: Oxford University Press, 1989. 561p.
- Louis, V. R.; Phalkey, R.; Horstick, O.; Ratanawong, P.; Wilder-Smith, A.; Tozan, Y.; Dambach, P. Modeling tools for dengue risk mapping - a systematic review. **Int. Journal of Health Geographics**, p. 13-50. 2014.
- Malczewski, J. GIS-based multicriteria decision analysis: A survey of the literature. **International Journal of Geographical Information Science**, v. 20, n. 7, p. 703–726, 2006.
- Porwal, A.; Carranza, E.J.M.; Hale, M. Knowledge-Driven and Data-Driven Fuzzy Models for Predictive Mineral Potential Mapping. *Natural Resources Research*, 12(1), p. 1-25, 2003, doi:10.1023/A:1022693220894.
- Sales, R. M.; Gomes, V. U.; Souza, R. O. Aplicação da Teoria Fuzzy em um Modelo Bidimensional de Transporte de Massa, para estudar o Risco em Rios. **Revista DAE**, n. 194, p. 104-118, jan-abr 2014.
- Sarhadi, A.; Soltani, S.; Modarres, R.. Probabilistic flood inundation mapping of ungauged rivers: linking GIS techniques and frequency analysis. **Journal of Hydrology**, v. 1, p. 68–86, 2012.
- Wasiullah; Bhatti, A.U. Mapping of soil properties and nutrients using spatial variability and geostatistical techniques. **Soil and Environment**, v. 24, n. 2, p. 88-97, 2005.
- Zadeh, L. A. Fuzzy Sets. **Information and Control**, v. 8, n. 3, p. 338-353, June 1965.